

علم الرياضيات

تأليف

زياودن ساردر

جيري رافتز

بورين فان لون

ترجمة

ممدوح عبد المنعم محمد

مراجعة وإشراف وتقديم

إمام عبد الفتاح إمام

Introducing... Mathematics

**& Ziauddin Sardar
Jerry Ravetz
Borin Van Loon**



mohamed khatab

كثيرة
ب على
ج إلى
الفرق
وما
بسيطة

أفد
ل
من
القا
شرح
بين
الريا
ك

- عن فرويد ويونج وكلاين ونيوتن وهوكنج الخ.
وإذا كانت الأعداد الستة الأولى من هذه السلسلة قد عرضت لمجموعة
من الفلاسفة لاستجلاء غوامض أفكارهم عن طريق الرسوم، والصور،
والأشكال التوضيحية، فأنا نفعل الشيء نفسه بالنسبة للأفكار العلمية،
عن الشعور، واللاشعور، والذهن، والمخ الخ. وغيرها من أفكار وإننا
نأمل أن يجد فيها القارئ نفس المتعة السابقة.

المشروع القومي للترجمة

أقدم لك ...

علم الرياضيات

تأليف

زياودن ساردر

جيرى رافتز

بورين فان لون

ترجمة

ممدوح عبد المنعم

مراجعة وإشراف وتقديم

إمام عبد الفتاح إمام

المجلس الأعلى للثقافة

٢٠٠٢

رقم الإيداع بدار الكتب المصرية

٢٠٠٢/٤١٧١

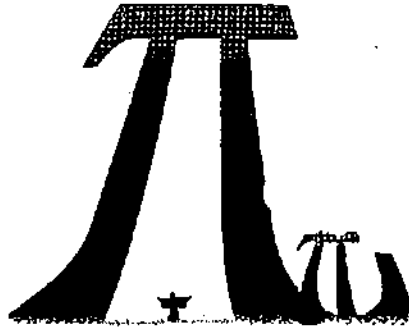
الترقيم الدولي I.S.B.N

977-5769-45-0

المشروع القومي للترجمة
بإشراف: جابر عصفور

هذه ترجمة لكتاب

THE MATHEMATICS



Ziauddin Sardar
Jerry Ravetz and
Borin Van Loon

حقوق الترجمة والنشر بالعربية محفوظة للمجلس الأعلى للثقافة
شارع الجبلاية بالأوبرا - الجزيرة - القاهرة. ت: ٧٣٥٢٣٩٦ فاكس: ٧٣٥٨٠٨٤
El Gabalaya St. Opera House, El Gezira, Cairo
Tel: 7352396 E.Mail: asfour@oncbox.com

تهدف إصدارات المشروع القومي للترجمة إلى تقديم كافة الاتجاهات
والمذاهب الفكرية للقارئ العربي وتعريفه بها ، والأفكار
التي تتضمنها هي اجتهادات أصحابها في ثقافتهم المختلفة
ولا تعبر بالضرورة عن رأى المجلس الأعلى للثقافة .

«مقدمة»

بقلم المراجع

«أقدم لك.. هذا الكتاب!»

هذا هو الكتاب الحادى عشر فى سلسلة «أقدم لك..» وهو يدور حول « الرياضيات ...»

والواقع أن الرياضيات ترتبط بالفلسفة ارتباطاً دقيقاً منذ فجر الفلسفة عندما كتب أفلاطون على باب الأكاديمية «مَنْ لم يكن رياضياً فلا نصيب له عندنا» أو «من لم يكن مهندساً فلا يدخل علينا». وجعل الرياضيات مدخلاً إلى الفلسفة واشترط كلامه دراسة الرياضيات كخطوة تمهيدية لدراسة الفلسفة - ولقد كان برتراند رسل فى الفلسفة المعاصرة هو المثل النموذجى لهذه الرابطة ، فقد دخل إلى الفلسفة من باب الرياضيات عندما حاول تعريف «العدد» ، وكما حاول فى كتابه «أصول الرياضيات» أن يحدد معنى اللامعرفات..

وربما اشتركت الرياضيات أيضاً مع الفلسفة فى خاصيتين هامتين هما «التجريد» و «الصورية» - ولعل هذا هو السبب فى شكوى الناس من الرياضيات، ومن الفلسفة فى آن معاً. (لأن التفكير البشرى يبدأ بالمحسوسات ويتمسك بها ويجد صعوبة فى الانتقال من المحسوس إلى اللامحسوس أو المجرد!) - ولهذا السبب يبدأ المؤلف فى الصفحة الأولى من كتابه بالحديث عن شكوى الناس من الرياضة متصورين أن الناس ينقسمون قسمين أشخاص يفهمون الرياضيات (وهم نوع خاص من البشر) وأشخاص لا علاقة لهم بها!

لكنه يبين لنا مدى حاجتنا إلى الرياضيات التى يرى أن الحياة لا يمكن تصورها بدونها. فنحن نحتاج إلى الرياضيات فى البيع والشراء، وفى التسوق، وإعداد ميزانية

المنزل، وإدارة أعمالنا، وبناء منازلنا، دائماً في أعمالنا المصرفية، وعمل الخرائط، والسفر حول العالم بل حتى إلى الخروج من عالمنا إلى الفضاء الخارجي! بل إن الرياضيات ضرورية للعلم والاقتصاد والطب والتكنولوجيا باختصار هي المحرك الذي يحرك حضارتنا الصناعية !.

ثم يبدأ المؤلف في الحديث عن «علم الحساب» وتاريخه ومساره مع مراحل البشرية والحضارات القديمة، وهو العلم الذي بدأ عند القبائل البدائية بالعدّ فالعدّ قديم قدم الكتابة أو لعلّة أقدم منها، فقد استخدم الإنسان الأول الخطوط القائمة للدلالة على الأرقام، فرسم الواحد هكذا I والاثنتين هكذا II والثلاثة هكذا III .. الخ، واستخدم الصينيون هذا الأسلوب حتى الخمسة IIIII ، ثم عبروا عن الستة بخط قائم يعلوه خط أفقى هكذا T ، وعن السبعة بخطين قائمين يعلوهما خط أفقى TT وعن الثمانية بثلاثة خطوط يعلوها خط أفقى TTT وهكذا.

أما المصريون القدماء فقد رمزوا إلى الواحد بخط قائم I، وللاثنتين بخطين قائمين II ورمزوا للعشرة بباب مقنطر ضيق I، ومعظم طرائق العدّ مبنية على أساس الخمسة باعتباره عدد أصابع اليد الواحدة، أو على العشرة باعتبار عدد أصابع اليدين الاثنتين، أما البابليون فاتخذوا من الستين وحدة عددية، ودوّن اليونان الأعداد بالحروف الهجائية فجعلوها حرف a للواحد، وحرف b للاثنتين، وهكذا حتى العشرة، واعتبروا الحرف الحادى عشر مقابل العشرين، والحرف الثانى عشر مقابل الثلاثين .. وهكذا.

أما الهنود فقد جعلوا للأرقام رموزاً مستقلة هي ١، ٢، ٣، ٤، ٥ .. الخ، واخترعوا الصفر، لكنهم لم يحسنوا استغلال تلك الأرقام ولم يفيدوا من اختراع الصفر.

ولقد أخذ العرب هذه الأرقام والصفر عن الهنود وعن العرب أخذ الغربيون الأرقام الهندية وسموها الأرقام العربية، وأخذوا الصفر أيضاً باسمه العربى «صفر» (أى فارغ أو خال) ولفظ Cipher فى الإنجليزية (ومعناها صفر أيضاً) خير دليل على ذلك، ويقال : إن اختراع الصفر كان من أهم المنجزات الفكرية وبدون ما كانت الرياضيات الحديثة أمراً ممكناً..

والواقع أن الكتاب يعطى للحضارة العربية دوراً عظيماً فيما أسهمت به فى تاريخ

الرياضيات فنراه يقول صراحة : « قام المسلمون بتوحيد الفكر الرياضى فى جميع الحضارات السابقة عليهم فأدمجوا الجبر والعلاقات الحسابية البابلية والصينية والهندية بالعلاقات الهندسية اليونانية والهلنستية، وينتهى إلى أنهم كانوا على درجة عالية جداً من الجرأة فى «تعاملهم مع العمليات الحسابية» ثم يتحدث عن شخصيات عظيمة مثل الخوارزمى «مؤسس علم الجبر» وتطويره عند «الصموعل» والكراجى، وعمر الخيام الشاعر وعالم الرياضيات، والبطانى وغيرهم من أعلام المفكرين المسلمين..

والكتاب فى الواقع متعة لا تقدر حتى بالنسبة لغير المتخصص ، وإننا نأمل أن نكون بترجمته قد قدمنا خدمة متواضعة فى المشروع القومى للترجمة.

والله نسأل أن يهدينا جميعاً سبيل الرشاد،

المشرف على المشروع

إمام عبد الفتاح إمام

لماذا الرياضيات ؟

يثن كل شخص عند الذكر المطلق للرياضيات ، فالكثير من الناس يعتقدون أن العالم مقسم إلى نوعين من الناس . الأول هم الأشخاص بالغو الذكاء الذين يفهمون الرياضيات وهم بالطبع ليسوا من النوع الذى يمكن مقابله فى إحدى حفلات السمر ...



ولكننا جميعاً نحتاج لفهم الرياضيات إلى حد ما، فبدون الرياضيات لا يمكن تصور الحياة.





في الواقع أصبحت الرياضيات دليلاً للعالم الذي نعيش فيه، العالم الذي نشكله ونغيره والذي نعتبر نحن جزءاً منه. ولأن العالم أصبح معقداً لدرجة كبيرة وكذلك الأشياء المشكوك فيها أصبحت مهمة ومنذرة ، فنحن نحتاج الرياضيات لوصف المخاطر التي نواجهها ولنخطط لمعالجتها.

وتتطلب قدرة التعامل مع الرياضيات موهبة خاصة ومهارة مثل أى مجال آخر للمحاولات البشرية كالرقص مثلاً. والرياضيات أتيقة جداً وجميلة فى روحها تماماً مثل الأداء الجاد المعقد لفرقة الباليه الماهرة. وبالرغم من أن معظمنا لا يستطيع أن يكون راقص باليه محترف لكننا نعرف كيفية الرقص وفعالياً من الممكن أن نرقص . وبالمثل يجب أن نعرف جميعاً ما تتناوله الرياضيات وأن تكون لدينا القدرة على فهم ومعالجة بعض الخطوات الأساسية.



الحساب



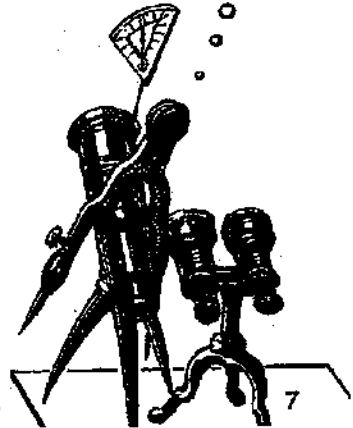
إلى حد ما يستعيد
المبتدئون في الرياضيات في
أذهانهم خطوات تطور البشرية
في معرفة الرياضيات

يتعلم الأطفال
في المدرسة
كيفية العد
والحساب والقياس

وبمجرد تعلمهم ذلك تبدو هذه الطرق
أنها ابتدائية، ولكن بالنسبة للمبتدئين تبدو أنها
ملينة بالأغاز.

أصبحت عملية تسمية الأرقام مثل التعويذة وخاصة
عند التعامل مع أكبر رقم، فالعد إلى مائة ممل
ولكن العد إلى ألف يشبه تسلق الجبال !
ترى ما هو الرقم الأخير أو أكبر الأرقام على
الإطلاق ؟

إذا لم يكن
لهذا موجوداً ، فما يوجد
في النهاية ؟



كيف أسمينا الأرقام كما نقرأهم واحداً تلو الآخر، ربما يكفي تسمية عدد قليل من الأرقام. تستطيع بعض الحيوانات تمييز التجمعات المختلفة حتى خمسة أو سبعة أفراد، وما يزيد عن ذلك يطلق عليه «العديد» فقط. ولكن إذا كنا نعرف أن الأرقام تزداد دون توقف فلا يمكننا إطلاق الأسماء الجديدة بدون توقف.



لم تكن لغة الهنود Dakota ^(١) مكتوبة ولكنها كانت عبارة عن قطعة من القماش مرسوم عليها صور بالحبر الأسود، وفي كل سنة يتم رسم صورة جديدة لتوضيح الحدث الرئيسي في السنة المنتقضية.

(١) الداكوتا Dakota - قبيلة من الهنود الحمر في الولايات المتحدة الأمريكية تستخدم لغة خاصة بها هي اللغة السوانية Siouan (المراجع).

وأفضل طريقة لعملية تنظيم التسمية والعد هي اتخاذ «أساس» وهو عبارة عن رقم يميز بداية العد مرة أخرى. وأبسط أساس هو اثنان، فعلى سبيل المثال قامت مجموعة من الأستراليين البدائيين (Gumulgal) بالعد بالطريقة التالية :

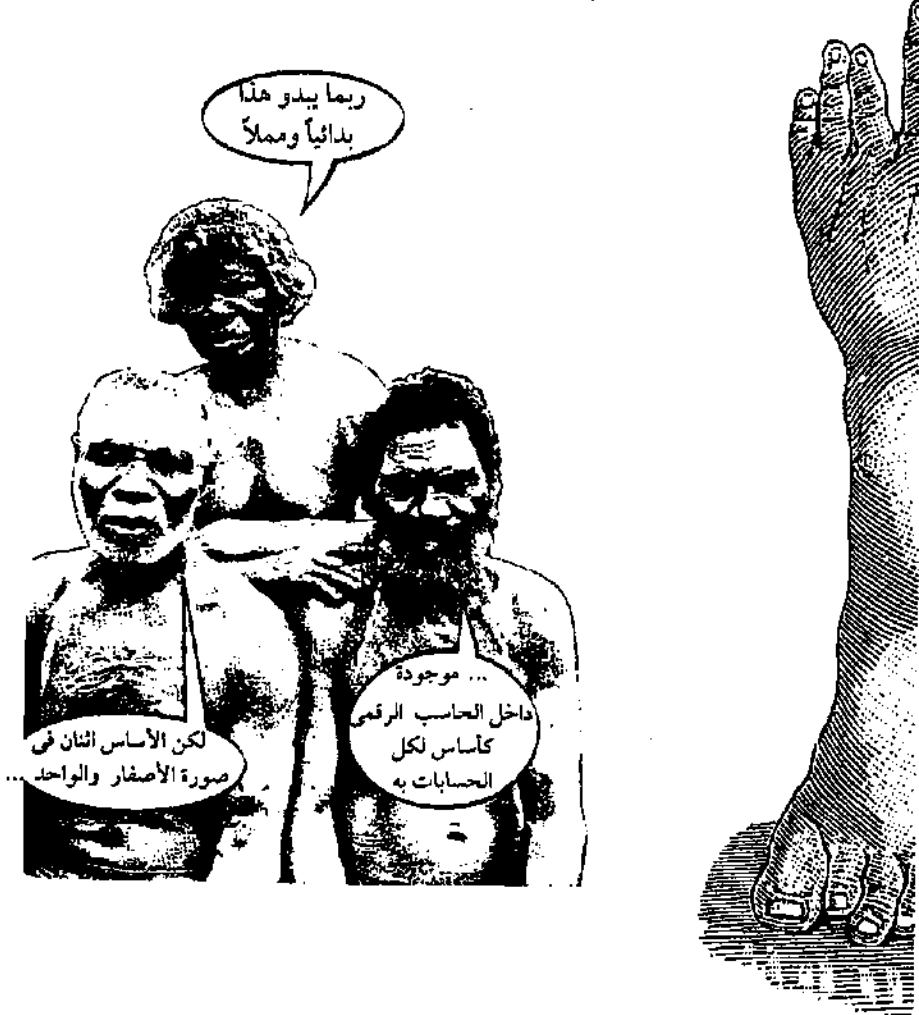
١ = أورابون

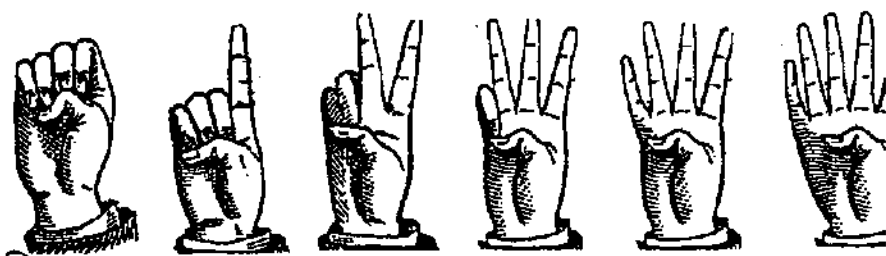
٢ = أوكاسار

٣ = أورابون - أوكاسار

٤ = أوكاسار - أوكاسار

٥ = أوكاسار - أوكاسار - أورابون.





وتعتبر أصابع اليد مفيدة في تعريف الأساسات، بعض الأنظمة تستخدم الخمسة كأساس والبعض الأكثر شيوعاً يستخدم العشرة. ويمكن استخدام العديد من الأساسات الأخرى. فعلى سبيل المثال العملة المتداولة في بريطانيا قديماً كان بها العديد من الأساسات : اثنا عشر (بنس في كل شلن) وبعد ذلك عشرون (شلن في كل جنيه استرليني) وحتى واحد وعشرون (شلن في كل جنيه إنجليزي). لذلك كان يلزم وجود مساعدين في الأسواق للمساعدة في عمليات تقدير الفواتير أما عند الشراء بالتقسيط فربما يتم إخبار الناس أن رداء غرفة المعيشة يتكلف ١٥٥ جنيه إنجليزياً أو ما يعادل ١٠٤ قسط أسبوعي قيمته جنيه استرليني وخمسة عشر شلناً وسبعة بنسات ونصف.



هناك أساس آخر شائع وهو عشرون (أصابع القدمين واليدين) وقد استخدمه الـ (Yoruba) بالإضافة إلى خاصية الطرح عند التعبير عن الأرقام الكبيرة داخل هذا الأساس.

وقد كان لديهم أسماء مختلفة للأرقام واحد (أوكان) وحتى عشرة (إيوا). ومن إحدى عشر وحتى أربعة عشر كانوا يقومون بعملية الإضافة مثل إحدى عشر هو (واحد بالإضافة إلى عشرة) وأربعة عشر هو «أربعة مضافون إلى عشرة». أما الأرقام من خمسة عشر وحتى تسعة عشر فكانوا يقومون بالطرح مثل خمسة عشر هي «عشرون ناقصة خمسة» وتسعة عشر هي «عشرون ناقصة واحد».

ويظل هذا الأساس مستخدماً في الأرقام الفرنسية حيث إن ثمانين هي «أربعة عشرونات» أما تسعة وتسعون فهي أربعة عشرونات وتسعة عشر.



المتعاملون مع
الحسابات يستخدمون أساسات
صينية على اثنين

وعلى ذلك لا يوجد هناك أساس واحد مفضل، ربما يمكننا التفكير في نظام أرقام يتم تصميمه بصفات مختلفة وهي : يسهل تذكُّره وملائم في تسميته ومفيد في الحساب إلخ.



الأرقام المكتوبة



من الممكن العد بطريقة فعالة في ثقافة ما دون كتابة، ولكن الحساب يتطلب عند ذلك ذاكرة كبيرة ومهارات خاصة. ولما كانت الكتابة منتشرة في الكثير من الحضارات، ظهرت العديد من أنظمة العد، البعض منها كان معقداً تماماً.



وقد استخدم الأزتک (*) نظاماً مبنياً على عشرين به أربعة رموز

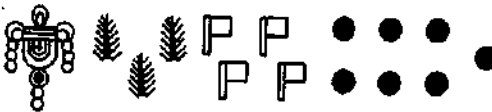
الواحد رُمز له بنقطة تعبر عن حبة الذرة. ●

٢٠ تم تمثيلها بعلم. P

٤٠٠ تم تمثيلها بنبات الذرة. 🌾

٨٠٠٠ تم تمثيلها بدمية الذرة. 🧸

ويمكن استخدام هذه الرموز للتعبير عن كل أنواع الأرقام وعلى سبيل المثال الرقم ٩٢٨٧ يمثل كذلك :



(*) الأزتک : شعب متمدن حكم المكسيك قبل أن يفتحها الأسبان.



١

٢

٣

٤

٥

٦

٧

٨

٩

١٠

١١

١٢

١٣

١٤

١٥

١٦

١٧

١٨

وكان نظام الترقيم عند الـ «Mayans» به ثلاثة رموز فقط :



لذلك

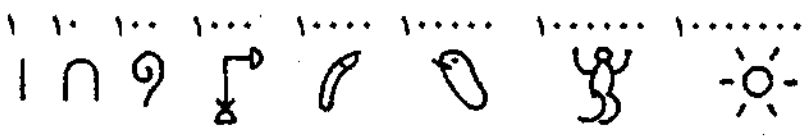
٣ هي

أما ١٣ فهي

ويتم تمثيل العشرين بـ



ولقد استخدم المصريون القدماء مخطوطة تصويرية (الهيروغليفية) لكتابة أرقامهم.



وقد استخدم البابليون نظاماً يتخذ من ٦٠ ومضاعفاته أساساً له بالرموز التالية :

١ ٥ ١٠ ٥ ٦٠ ٥ ٦٠٠ ٥ ٣٦٠٠

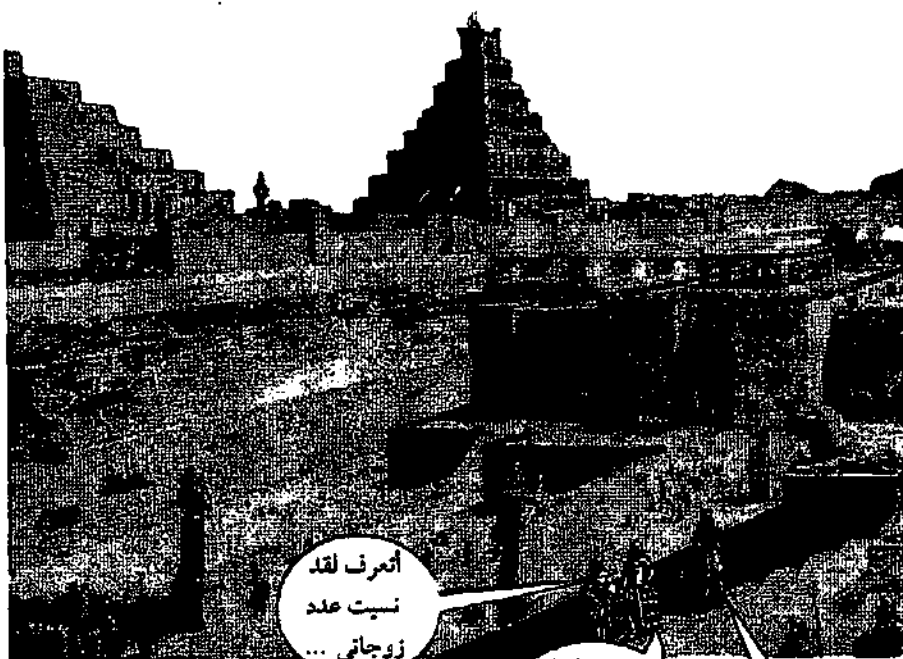
بعد ذلك قاموا بتطوير نظام مبني فقط على قيمتين :

٢ ترمز للواحد أو ٦٠ على حسب موقعها و < ترمز للعشرة

لذلك يمكن كتابة ٩٥ على النحو التالي :

$$٩٥ = ٦٠ (١) + ٣٥$$

٢ < ٢ ٢ ٢ ٢ ٢



أتعرف لقد
نسيت عدد
زوجاتي ...

نعم ... باعتباري
بابلياً ، كان بمقدوري أن
أقضي حوالي ساعة إضافية
في الفراش هذا
الصباح ...

سأذهب إلى
سفح سلالمتنا !

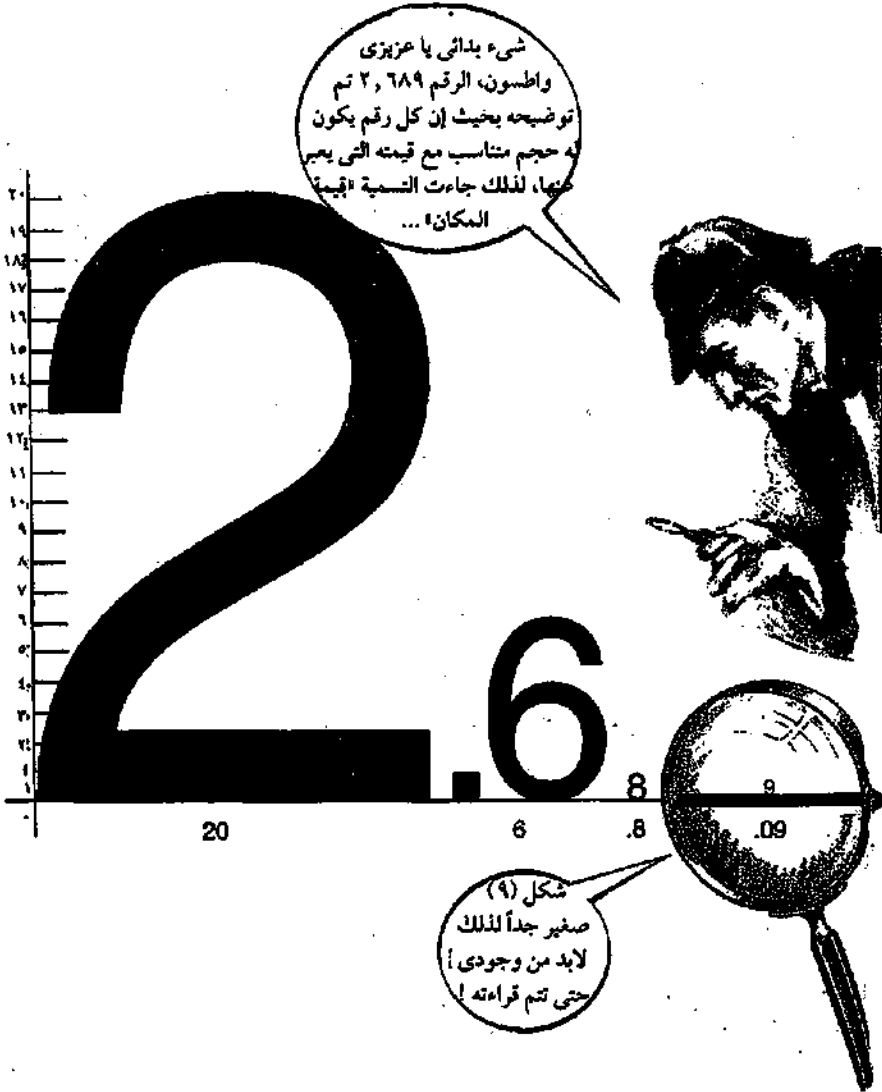
ولقد بقي النظام السنوي البابلي حتى هذه الأيام، فالدائرة تحتوي على ٣٦٠ درجة والساعة بها ٦٠ دقيقة ، وتحتوي الدقيقة على ٦٠ ثانية.

وقد استخدم الصينيون القدماء نظام أعداد له أساس ١٠ برموز للأرقام من واحد وحتى عشرة والمائة والألف وكذلك العشرة آلاف ، وبعد ذلك طور الصينيون صيغة للعد باستخدام قطع مستقيمة (سيقان).



(*) مصفحة : صفحة طباعية تصنع بصب المعدن في قالب من الورق المعجون.

وقد قدم الصينيون اختراعاً عظيماً وهو وضع الرموز المكتوبة في عالم من الأسماء المنطوقة للأرقام، وكان هذا عبارة عن نظام لـ «القيمة المكانية». حيث تعتمد تسمية الرقم (كتمثيل عن الكمية) على مكانه في صف الأرقام. لذلك من الممكن أن يكون الرقم (٢) هو اثنان أو عشرون أو مائتان على حسب موقعه، وهذا يعني أنه لا يلزم تسمية الأساسات الأعلى، فمن المعروف أن (٢) في الرقم (٢٣٤) تعني ٢٠٠.



أما الهنود فقد طوروا ثلاثة أنواع واضحة لأنظمة الأعداد.

قام (Kharosthi) باستخدام رموز للعشرة والعشرين وتم التعبير عن الأرقام من ١ حتى ١٠٠ بالجمع.

أما الـ (Brahmi) فقد استخدموا رموزاً منفصلة للواحد، الأربعة حتى التسعة والعشرة والمائة، وهكذا.

أما Gwalior فكان لديهم رموز للأرقام من واحد وحتى التسعة وكذلك للصفر.

فكر في عددا ...
حسناً، الآن ضاعفه ...
احسب ثلاثة أضعافه ...
لقد أربعة أضعافه ...



ولقد قام الهنود بالتعامل مع الأرقام الكبيرة براحة تامة، حيث أعطت النصوص الهندية القديمة أسماء لأرقام كبيرة مثل ١٠٠٠, ٠٠٠, ٠٠٠, ٠٠٠ وأسموه (بارادما Parardha).



وكان للقديس اليونانيين نظامان متوازيان للأعداد، الأول كان مبنياً على الأحرف الأولى للأعداد، مثلاً يرمز للخمسة بالحرف باى (π) أما العشرة فيرمز لها بدلتا (Δ) والمائة بالصيغة القديمة للحرف (H) وهكذا.

أما النظام الثانى والذي ظهر فى القرن الثالث قبل الميلاد فقد استخدم كل حروف الهجاء اليونانية وثلاثة من الحروف الفينيقية ليصبحوا سبعة وعشرين رمزاً رقمياً. وكانت أول تسعة أحرف ترمز للأرقام ١ حتى ٩، أما التسعة التالية فكانت ترمز للعشرات من ١٠ وحتى ٩٠ أما التسعة أحرف الأخيرة فكانت ترمز للمئات من ١٠٠ وحتى ٩٠٠.

نحن اليونانيين قاومنا الخوف من الأرقام الكبيرة، بصعوبة عبر علم المصطلحات لدينا عن الأرقام التي تلى عشرة آلاف



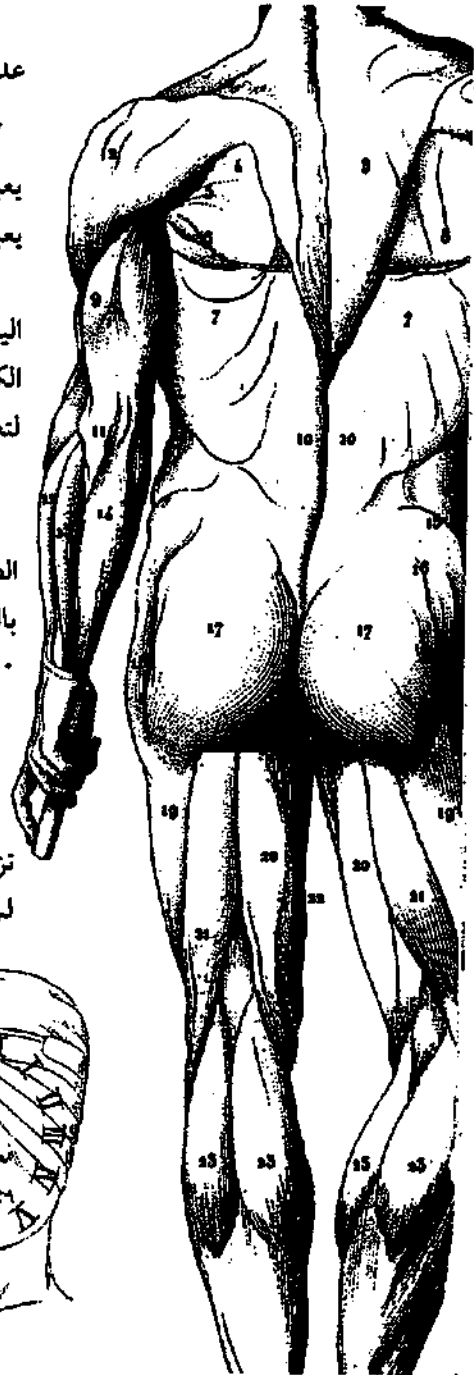
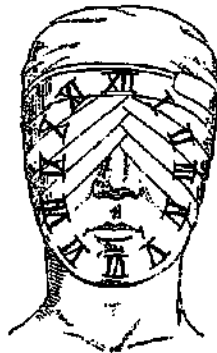
أما النظام الروماني فكان يحتوى على عدد سبعة رموز للأرقام: I يعبر عن ١، و

V يعبر عن ٥، و X يعبر عن ١٠، و L يعبر عن ٥٠، و C يعبر عن ١٠٠، و M يعبر عن ١٠٠٠.

وكانت الأرقام تكتب من اليسار إلى اليمين حيث تكتب الأرقام ذات القيمة الكبيرة في اليسار ثم تُجمع مع بعضها لتعطى قيمة الرقم المشار إليه. وعلى ذلك LX هو ٦٠.

وللملاءمة، كان الرقم ذو القيمة الصغيرة الموضوع على اليسار يُفسر بالطرح، وعلى ذلك الرقم McM يعنى ١٩٠٠.

والأرقام الرومانية بالرغم من أنها لا تزال تستخدم الآن كوسيلة للتزيين، إلا أنها لم تكن مناسبة لعمل الحسابات السريعة.



وقد أدى استخدام حروف الهجاء للتعبير عن الأرقام إلى ظهور فن التنجيم العالي في نظوره والذي يسمى Gomatria . ويقوم أحد الأشخاص بترتيب أحرف كلمة ما أو اسم على وجه الخصوص ليكون رقماً ما ثم يقوم بتفحصه للبحث عن نوع ومعنى لهذا الرقم. والشخص الذي ينتج اسمه رقماً مثل ٦٦٦ (عدد الحيوانات في التوراة) كان يوضح شيئاً سيئاً !



وقد طورت الحضارة الإسلامية (منذ ٦٥٠ بعد الميلاد وحتى الآن) مجموعتين متشابهتين من الأرقام. كانت واحدة منهم تستخدم في الجزء الشرقي (بلاد العرب وفارس).

أما الأخرى فكانت تستخدم في الجزء الغربي (بلاد المغرب والأندلس). وكلتا المجموعتين كانت تحتوي على عشر رموز من الصفر وحتى التسعة.

المجموعة الشرقية: ٠ ٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

المجموعة الغربية: ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ٠

وقد بقيت المجموعة الشرقية تستخدم حتى الآن في العالم العربي، أما المجموعة الغربية والتي تدعى الأرقام العربية فهي تمثل نظام الأرقام الذي نستخدمه جميعاً في هذه الأيام.

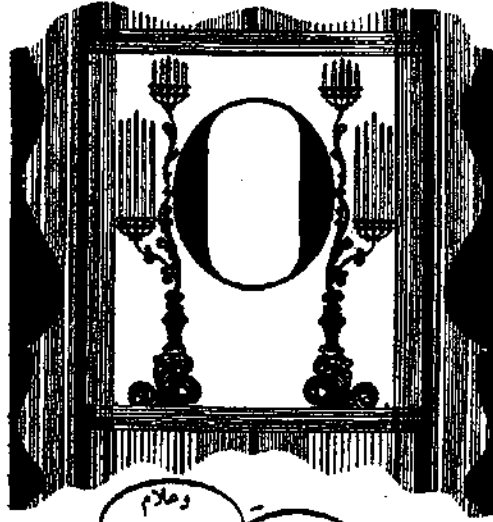


الصففر

يعتبر الصففر اختراعاً متأخراً نسبياً (حيث تم وضعه فى القرن السادس بعد الميلاد)، ويبدو أنه ناتج عن ارتباط الحضارتين الصينية والهندية. وقد كان الصينيون يحتاجونه للتعبير عن قيمة المكان - كيف مثل الصينيون المكان الخالى فى الرقم متتين وخمسة ؟ والرقم ٢٥ يعتبر خطأ لذلك كان يلزم شىء ما يوضع فى المكان الخالى مثل ٥ - ٢. لكن المعنى الكامل للصففر كان قد تم تطويره فى الحضارة الهندية، حيث إن التأملات الفلسفية فى الفراغ كانت قد تطورت بدرجة كبيرة.



وهذا النوع من الخلفية الثقافية كان ضرورياً جداً للاختراع، وللصفر على وجه الخصوص. والصفر يمكن أن نتعامل معه مثل بقية الأرقام حيث إننا من الممكن أن نقوم بالجمع عليه.



ولكن عملية ضرب الصفر مع أى رقم آخر تعطى صفر. ومن الممكن أن نقوم بعمل تناقضات باستخدام معادلة مثل $0 \times 4 = 0 \times 2$ وبعد ذلك نهمل الصفر لتصبح $4 = 2$.



وبينما يعتبر الصفر ضرورياً في الحسابات ولكنه يُستبعد في العد. فأول شيء في صف أشياء لا يقال له «الصفرى». وهناك تناقض واضح في التقويم الميلادى : تسمى الفترة ١٩٠٠ - ١٩٩٩ بالقرن العشرين حيث لم يكن هناك قرن صفرى في بداية التقويم الميلادى.

والصفر له معنيان كما هو واضح من «أضحوكة الصفریات»، حيث يتحدث مرشد في أحد المتاحف إلى المجموعة المدرسية :



... كما قد تعلمته في المدرسة ! لم يقم أحد بإخبارها أن الأصفار بعد ٦٥ كانوا مجرد ملء خانات وليسوا للعد. فبالنسبة لتلك الأصفار لدينا $٤ \times ٠ = ٠$ وكذلك $٤ + ٠ = ٠$! ربما الوعي بتلك التناقضات هو الذي جعل الرياضيين الأوائل مرتابين من الأرقام الغريبة مثل الصفر.

أرقام خاصة

إلى جانب الصفر،
هناك أنواع أخرى من
الأرقام الخاصة التي
يجب أن تكون على
دراية بها.

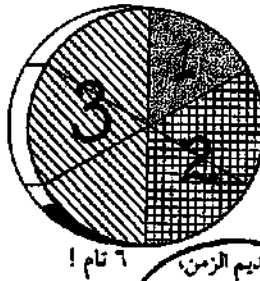
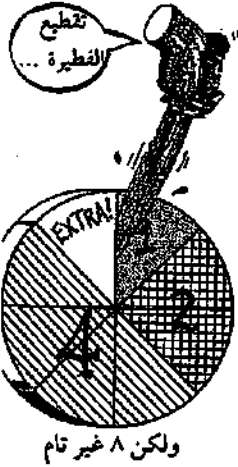
البعض منهم «أرقام بالطبيعة»
التي من الممكن أن يقال إن
لديها خصائص سحرية. الأرقام

٧، ٥، ٣ و ١٣ كل منهم رقم خاص بطريقته الخاصة، وهناك أيضاً
أنواع من الأرقام يتم تعريفها من خلال خصائصها الحسابية التي
تجذب الاهتمام.

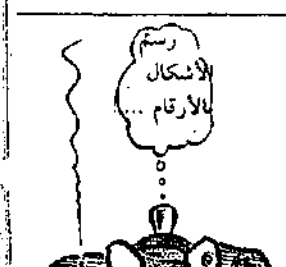
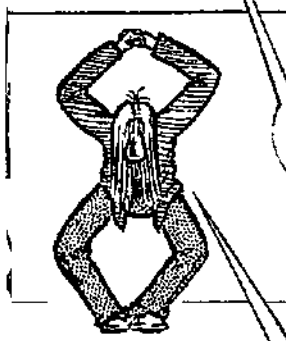
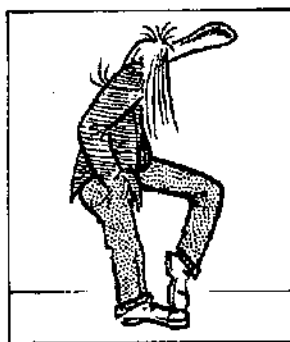
الأعداد الأولية هي تلك الأعداد التي لا
تقبل القسمة إلا على نفسها أو الواحد

الأعداد الثمانية هي التي تساوي مجموع عواملها - أي الأعداد التي
تقبل القسمة عليها.

لذلك العدد ٦ الذي له عوامل ١، ٢، ٣ هو عدد تام حيث إن ١
و ٢ + ٣ = ٦.



في قديم الزمن،
مثل تلك الأرقام كانت
تعتبر خاصة جداً. لذلك
سميت بهذا الاسم

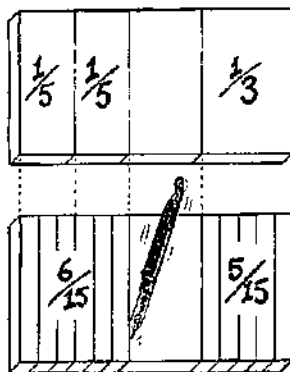


الأرقام السالبة هي تلك الأرقام الأصغر من الصفر (مثل درجة الحرارة في يوم بارد) ويتم تمثيلها بإشارة ناقص، وهي أرقام أساسية ولها تناقضاتها الخاصة بها مثل $(-1) \times 1 = -1$

إذا فعلت
خطأين يؤدي
ذلك إلى
صواب؟

«الكسور» أو الأعداد النسبية هي الأعداد التي يمكن وضعها في صورة نسبة بين عددين صحيحين، مثل $\frac{1}{2}$. وهذه الأعداد ضرورية في الحسابات ولكنها لا تصلح في العد، فلا يوجد وحدة في الكسور ولا تتابع مثل: ٥ تلي ٤ لذلك مضى وقت طويل قبل قبولهم على أنهم أرقام. كذلك فإن هذه الأرقام لها الحسابات الخاصة بها التي هي على درجة عالية من الصعوبة لدرجة يصعب معها فهمها.

حاول جمع
 $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$
نقطع الحلوى ...



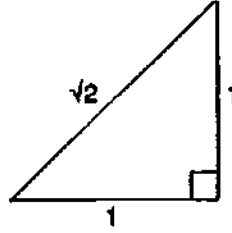
$\frac{11}{15} =$

كل هذه الأنواع كانت معروفة في مختلف الحضارات مثل الحضارة الصينية والهندية. ومع تطور الرياضيات النظرية وخاصة بين اليونانيين، ظهرت صفات غريبة للأرقام والتي أدت إلى ابتكار أنواع جديدة من الأرقام.

رسم
الأشكال
بالأرقام ...

الأرقام غير النسبية وهى الأرقام التى لا يمكن التعبير عنها بنسبة بين رقمين صحيحين .
و $\sqrt{2}$ هو مثال هام لتلك الأرقام حيث إنه ينتج من العمليات الهندسية فهو طول وتر

المثلث قائم الزاوية الذى به طول
ضلعى القائمة الوحدة.
وتسمى هذه الأرقام بالجذور
الصامتة.



بعض الكميات
غير نسبية، لا يمكن التعبير
عنها حتى بأرقام تنتج من
عمليات جبرية

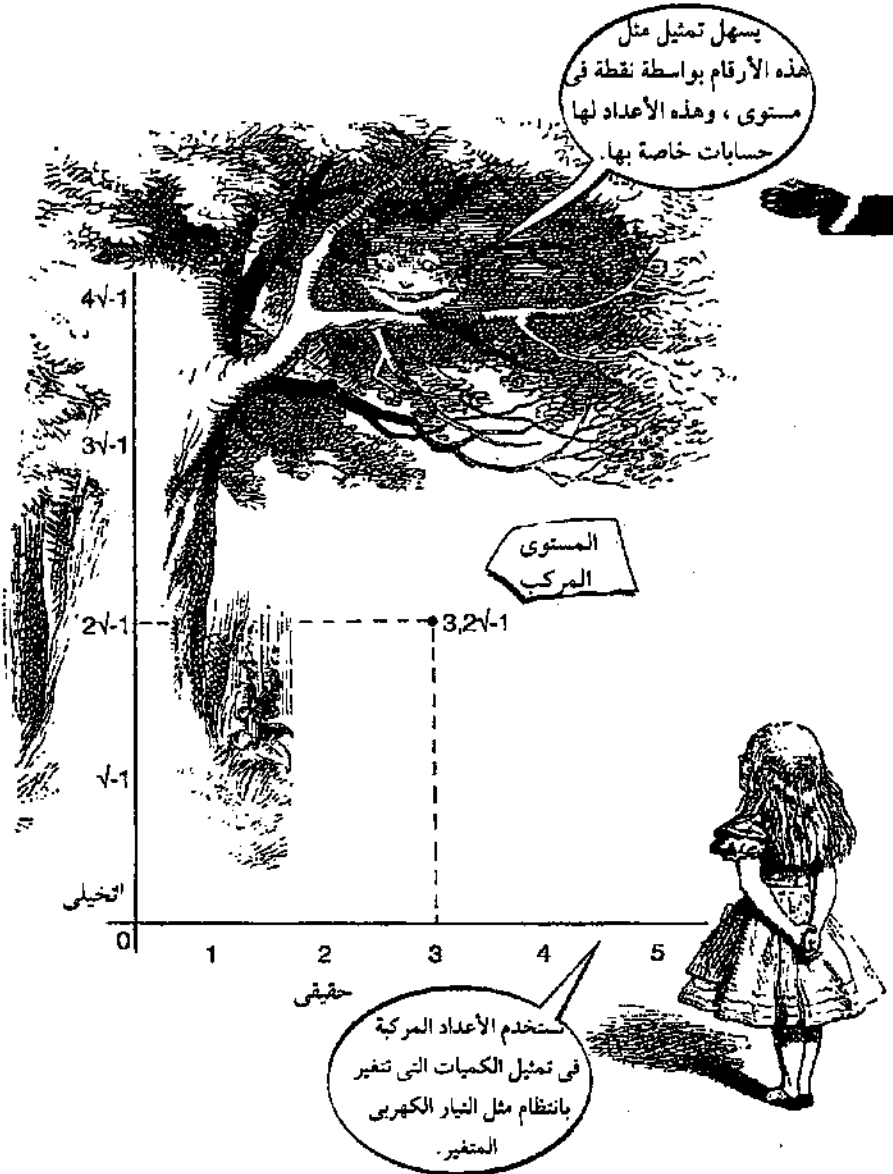
وأشهر هذه
الأرقام هو π أو π
وهو نسبة محيط
الدائرة
لقطرها.



وعملية اختصار هذه
النسب إلى جذور صماء
تسمى «تربيع الدائرة» وقد
حاول فى ذلك علماء
الرياضة على مدى قرون
حتى تم توضيح أن هذه
عملية مستحيلة فى الأيام
المعاصرة عند ذلك تمت
تسمية هذه الأرقام !...



الأعداد التخيلية تنتج من ضرب الأعداد الحقيقية بالكمية التخيلية، وهي الجذر التربيعي لـ (-1) . وعند إضافة عدد تخيلي لآخر حقيقي يسمى الناتج "الأعداد المركبة".



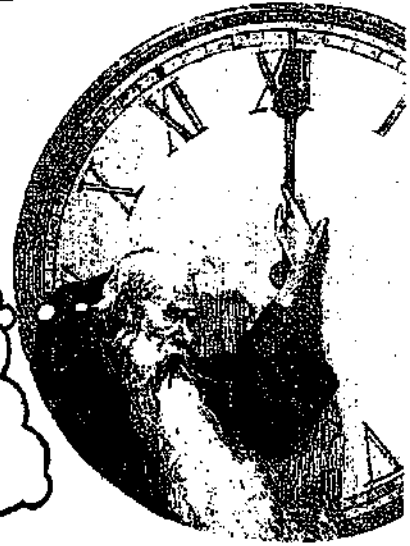
الأرقام الكبيرة

تقوم الأرقام الكبيرة بإرهاب الكثير منا لدرجة أننا نجد صعوبة في تقدير القيمة الحقيقية لتلك الأرقام.



منذ بليون سنة مضت كان الإنسان على وشك الظهور في الكوكب الأرضي

في عام ١٩٠٣ مضت بليون دقيقة منذ ميلاد المسيح ومنذ بليون ثانية لم يكن للشخص البالغ من العمر ٣١ عاماً قد ولد



ويبدو المائة مليون رقماً أكثر ترويعاً، ولكن في هذه الأيام يعتبر رقماً غير عادي بالنسبة لدولة ما، وخاصة بالنسبة لدولة نامية (أي تكون مدينة بمثل هذا الدين). ولو أن هناك دولة أرادت التخلص من دينها قامت بدفع دولار، أو جنيه

واحد كل ثانية على مدار أربع وعشرين ساعة

يوماً وسبعة أيام أسبوعياً واثنين

وخمسين أسبوعاً سنوياً،

ربما نستغرق

٣١٨٠ سنة لسداد ...



وكيفية الوصول إلى هذه الأرقام الكبيرة بسهولة يتم توضيحه بمثال بسيط وهو الخطاب المتسلسل. يقوم شخص ما بإرسال خطابين إلى شخصين يخبر كلاهما بإرساله إلى اثنين آخرين وهكذا. في هذه الحالة قام الشخص الأول بإرسال خطابين، وفي المرحلة الثانية تم إرسال $2 \times 2 = 4$ خطابات أما المرحلة الثالثة ففيها $2 \times 2 \times 2 = 8$ خطابات. إذن كم عدد المجموعات المطلوبة للوصول إلى بليون خطاب ؟



الأسس



الرعء
العظيم
الأسس
تفيض
بناخلي!

سن

من الواضح أن
كتابة البليون
مرهقة جداً، ولحسن
الحظ توجد نظرية
ملائمة لكتابة الأرقام
الكبيرة. ومن الممكن أن
نلاحظ ذلك من خلال البليون
الذي يساوى :

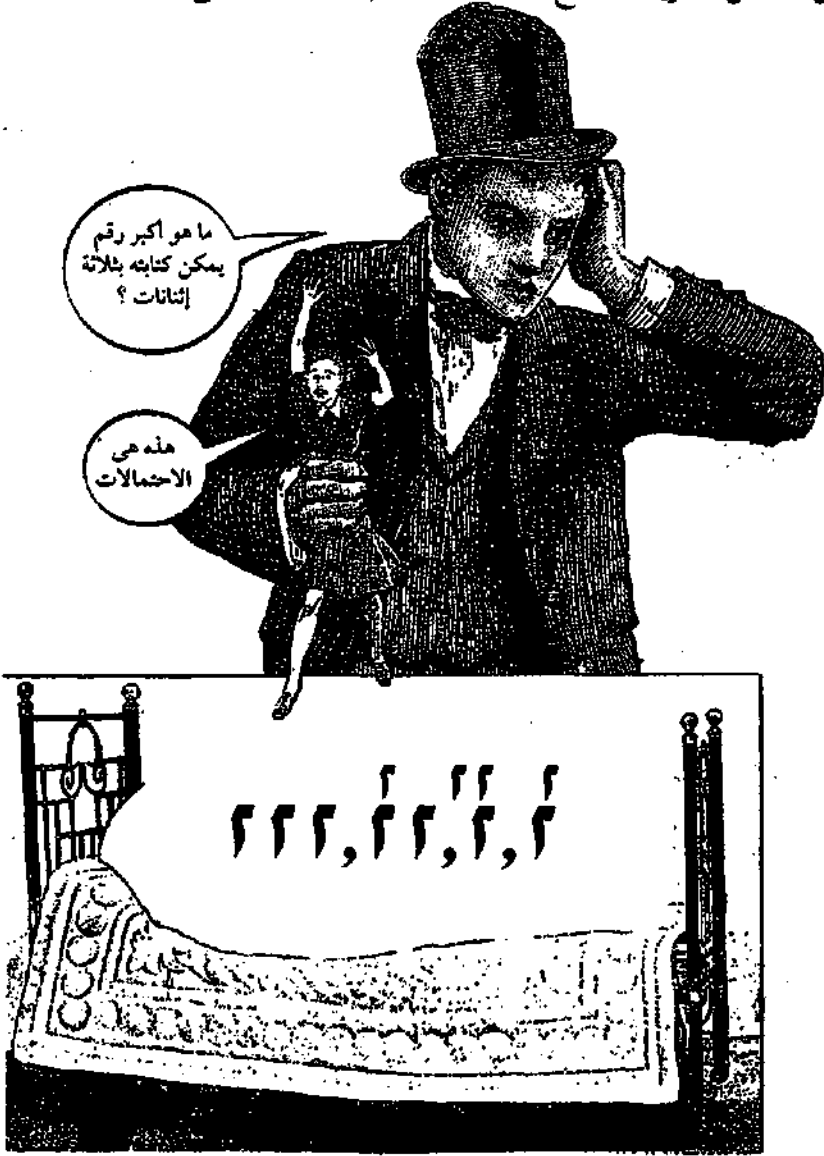
$$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \\ 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$$

لذلك إذا رمزنا لحاصل ضرب عشرين
ببعض بالرمز 10^2 وحاصل ضرب ثلاث
عشرات به 10^3 وهكذا من الممكن كتابة
المليون هكذا 10^6

أما البليون فيصبح 10^9 ، بالإضافة إلى ذلك
نكتب خمسة بليون هكذا 5×10^9 .

وعملية رفع أى شيء إلى أس ما تعنى أن هذا الشيء
ي ضرب في نفسه عدداً من المرات مساو لهذا الأس،
لذلك 2^5 تعنى $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ أو ٣٢.

ومن الممكن أن نزيد ألفتنا مع هذه الملاحظات بفقد المثال التالي :



أصغر رقم في هذه الاحتمالات هي $٢٢ = ٢ = ٢ = ١٦$ ، يليه ٢٢٢ ثم بعد ذلك $٢٢٢ = ٤٨٤$ وأكبر رقم هو $٢٢٢ = ٤١٩٤٣٠٤$.

وكتابة الأس تصلح أيضاً في حالة الكسور ، ولتحويل أس ما إلى كسر نقوم ببساطة بوضع إشارة سالب أمام الأس ، لذلك $١٠^{-١} = \frac{١}{١٠}$ ، $١٠^{-٢} = \frac{١}{١٠٠}$ ، $١٠^{-٣} = \frac{١}{١٠٠٠}$ وهكذا .



وبنفس الطريقة إذا كبرنا خريطة أو رسمة ما عدد s من المرات، فإن عدد s^2 ضعفاً من الورق يكون مطلوباً لذلك.

ونسمى s ، s^2 ، s^3 ، s^4 ، s^5 بالأس الأول، والثاني، والثالث، والرابع، والخامس لـ s على الترتيب. وكان يطلق على الأسس في البداية «التربيع» و«التكعيب» من خلال معناتهم الهندسية.

وبالطبع بدلاً من 2 أو 3 أو 4 أو 5 من

الممكن أن يكون هناك أي أس آخر؛ باستخدام «ن» لتعبر عن أي رقم نقول: إن s^n تسمى الأس النوني لـ s .



وعلى مر العصور، كان علماء الرياضيات مرتبكين من هذه الأسس الكبيرة؛ فلم يتمكنوا من تخيل فواغ زائد يمكنهم وصف شكل الأرقام فيه.

وقد قدم عالم الرياضيات المسلم «ابن يحيى الصموغلي» (المتوفى عام ١١٧٥) في كتابه «الباهر» (الذي ألفه عندما كان عمره تسعة عشر عاماً) لأول مرة تعريفاً ...

أس الصفر



اللوغاريتمات

اللوغاريتم هو الأس الذي يُرفع إليه رقم ما
ليعطى رقماً آخر، ويسمى الرقم الأول الأساس.
وحيث إن $10^2 = 100$ فهذا يعنى أن لو ١٠٠
 $100 = 2$ ، ونقرأ كالتالى : لو للأساس ١٠
للرقم ١٠٠ يساوى اثنين.

والأساسات الأكثر شيوعاً للوغاريتمات هي
١٠. والعدد الأسى e (أو الأساس الطبيعي ،
انظر صفحة ١٠٥).

وحيث أن $s^0 = 1$ لاي س فهذا يعنى أن
لو ١ = صفر لاي أساس.

ولضرب أو قسمة تعبيرين لوغاريتميين نقوم
باستخدام القاعدة «ضرب أو قسمة أس رقم ما
يعبر عنه بجمع أو طرح الأسس» ، لذلك لو
(س x ص) ببساطة يساوى لو س + لو ص.



الجمع أسهل بكثير
من الضرب

واللوغاريتمات تعتبر ذات نفع عظيم في تبسيط الحسابات الطويلة المعقدة. فللقام
بعملية ضرب أو قسمة عددين كبيرين نقوم أولاً باستخراج لوغاريتماتهم من الجدول ثم
نجمعهم أو نطرحهم ونضع الناتج في الجدول لاستخراج المجموع (أو خارج القسمة).

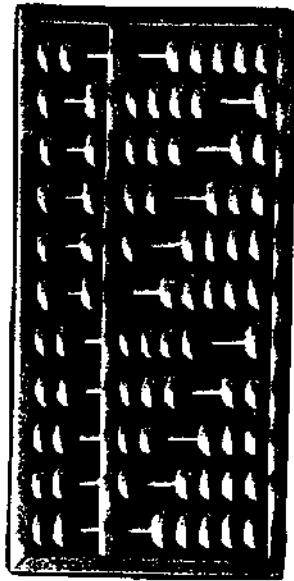
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	5	6	7	8	9	0	1	2
11	0414	0457	0499	0541	0582	0623	0664	0705	0746	0786	10	11	12	13	14	15	16	17	18
12	0828	0869	0909	0949	0989	1028	1067	1106	1145	1184	20	21	22	23	24	25	26	27	28
13	1222	1261	1300	1338	1376	1414	1452	1490	1527	1564	30	31	32	33	34	35	36	37	38
14	1601	1638	1675	1712	1749	1785	1821	1857	1893	1929	40	41	42	43	44	45	46	47	48
15	1961	1996	2031	2066	2100	2134	2168	2202	2236	2270	50	51	52	53	54	55	56	57	58
16	2304	2337	2370	2403	2435	2467	2500	2532	2564	2596	60	61	62	63	64	65	66	67	68
17	2628	2659	2690	2721	2751	2781	2811	2841	2871	2900	70	71	72	73	74	75	76	77	78
18	2929	2958	2987	3016	3045	3073	3102	3130	3158	3186	80	81	82	83	84	85	86	87	88
19	3214	3242	3269	3296	3323	3350	3377	3403	3429	3455	90	91	92	93	94	95	96	97	98
20	3480	3506	3532	3558	3583	3608	3633	3658	3683	3708	0	1	2	3	4	5	6	7	8
21	3732	3757	3781	3806	3830	3854	3878	3902	3926	3950	10	11	12	13	14	15	16	17	18
22	3973	3997	4021	4045	4068	4092	4115	4138	4161	4184	20	21	22	23	24	25	26	27	28
23	4206	4229	4251	4274	4296	4318	4340	4362	4384	4406	30	31	32	33	34	35	36	37	38
24	4427	4449	4471	4492	4514	4535	4556	4577	4598	4619	40	41	42	43	44	45	46	47	48
25	4639	4660	4681	4702	4722	4743	4763	4783	4803	4823	50	51	52	53	54	55	56	57	58
26	4843	4863	4883	4903	4923	4942	4962	4981	5001	5020	60	61	62	63	64	65	66	67	68
27	5039	5058	5077	5096	5115	5134	5153	5172	5191	5210	70	71	72	73	74	75	76	77	78
28	5229	5247	5266	5285	5303	5322	5340	5358	5377	5395	80	81	82	83	84	85	86	87	88
29	5413	5432	5450	5468	5486	5504	5522	5540	5558	5576	90	91	92	93	94	95	96	97	98
30	5594	5611	5628	5645	5662	5679	5695	5712	5729	5745	0	1	2	3	4	5	6	7	8
31	5762	5778	5794	5810	5826	5842	5857	5873	5888	5903	10	11	12	13	14	15	16	17	18
32	5918	5933	5948	5963	5978	5993	6008	6022	6037	6052	20	21	22	23	24	25	26	27	28
33	6066	6081	6095	6110	6125	6139	6153	6168	6182	6196	30	31	32	33	34	35	36	37	38
34	6210	6224	6238	6252	6266	6280	6294	6308	6321	6335	40	41	42	43	44	45	46	47	48
35	6349	6362	6375	6388	6401	6414	6427	6440	6453	6466	50	51	52	53	54	55	56	57	58
36	6479	6491	6504	6516	6528	6540	6552	6564	6576	6588	60	61	62	63	64	65	66	67	68
37	6599	6611	6623	6635	6646	6657	6668	6679	6690	6701	70	71	72	73	74	75	76	77	78
38	6712	6723	6734	6745	6756	6766	6777	6787	6798	6808	80	81	82	83	84	85	86	87	88
39	6818	6829	6839	6849	6859	6869	6879	6888	6898	6908	90	91	92	93	94	95	96	97	98
40	6917	6927	6937	6946	6955	6964	6973	6982	6991	7000	0	1	2	3	4	5	6	7	8
41	7009	7018	7027	7036	7045	7054	7063	7072	7080	7089	10	11	12	13	14	15	16	17	18
42	7098	7106	7115	7124	7132	7141	7149	7157	7166	7174	20	21	22	23	24	25	26	27	28
43	7182	7190	7198	7206	7214	7222	7230	7237	7245	7253	30	31	32	33	34	35	36	37	38
44	7260	7268	7275	7283	7290	7298	7305	7312	7319	7326	40	41	42	43	44	45	46	47	48
45	7333	7340	7347	7354	7361	7368	7374	7381	7388	7394	50	51	52	53	54	55	56	57	58
46	7401	7407	7414	7420	7427	7433	7439	7445	7451	7457	60	61	62	63	64	65	66	67	68
47	7463	7469	7475	7481	7487	7493	7498	7504	7509	7515	70	71	72	73	74	75	76	77	78
48	7520	7526	7531	7537	7542	7547	7552	7558	7563	7568	80	81	82	83	84	85	86	87	88
49	7573	7578	7583	7588	7593	7598	7603	7608	7613	7618	90	91	92	93	94	95	96	97	98
50	7623	7628	7633	7638	7643	7647	7652	7657	7662	7667	0	1	2	3	4	5	6	7	8

وكانت أول الجداول تلك التي أنشأها عالم الرياضيات الاسكتلندي
جون نابير (١٥٥٠ - ١٦١٧)، وكانوا للأساس الطبيعي E. وقد أطلق
عليهم «طبيعي» نسبة للأساس، أو «نابيريان» نسبة إلى مخترعهم.

الحساب

عملية ضرب الأرقام من كل الأنواع والحصول على ناتج تسمى الحساب، وهو متضمن في كل العمليات الرياضية. وكان الحساب يتم في البداية باستخدام الحصى كما كان يفعل اليونانيون القدماء باستخدام الحصى للقيام بالحسابات الأولية. وأصل كلمة يحسب Calculate في اللغة الإنجليزية هي كلمة «Calculus» اللاتينية والتي تعني «حصة».

7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	7450	7466	7474	1	2	3	4	5	6	7	
2	7536	7543	7551	1	2	3	4	5	6	7	
3	7612	7619	7627	1	2	3	4	5	6	7	
4	7686	7694	7701	1	2	3	4	5	6	7	
5	7750	7757	7764	1	2	3	4	5	6	7	
6	7824	7831	7838	1	2	3	4	5	6	7	
7	7898	7905	7912	1	2	3	4	5	6	7	
8	7972	7979	7986	1	2	3	4	5	6	7	
9	8046	8053	8060	1	2	3	4	5	6	7	
10	8120	8127	8134	1	2	3	4	5	6	7	
11	8194	8201	8208	1	2	3	4	5	6	7	
12	8268	8275	8282	1	2	3	4	5	6	7	
13	8342	8349	8356	1	2	3	4	5	6	7	
14	8416	8423	8430	1	2	3	4	5	6	7	
15	8490	8497	8504	1	2	3	4	5	6	7	
16	8564	8571	8578	1	2	3	4	5	6	7	
17	8638	8645	8652	1	2	3	4	5	6	7	
18	8712	8719	8726	1	2	3	4	5	6	7	
19	8786	8793	8800	1	2	3	4	5	6	7	
20	8860	8867	8874	1	2	3	4	5	6	7	
21	8934	8941	8948	1	2	3	4	5	6	7	
22	9008	9015	9022	1	2	3	4	5	6	7	
23	9082	9089	9096	1	2	3	4	5	6	7	
24	9156	9163	9170	1	2	3	4	5	6	7	
25	9230	9237	9244	1	2	3	4	5	6	7	
26	9304	9311	9318	1	2	3	4	5	6	7	
27	9378	9385	9392	1	2	3	4	5	6	7	
28	9452	9459	9466	1	2	3	4	5	6	7	
29	9526	9533	9540	1	2	3	4	5	6	7	
30	9600	9607	9614	1	2	3	4	5	6	7	
31	9674	9681	9688	1	2	3	4	5	6	7	
32	9748	9755	9762	1	2	3	4	5	6	7	
33	9812	9819	9826	1	2	3	4	5	6	7	
34	9876	9883	9890	1	2	3	4	5	6	7	
35	9950	9957	9964	1	2	3	4	5	6	7	
36	10024	10031	10038	1	2	3	4	5	6	7	
37	10108	10115	10122	1	2	3	4	5	6	7	
38	10182	10189	10196	1	2	3	4	5	6	7	
39	10256	10263	10270	1	2	3	4	5	6	7	
40	10320	10327	10334	1	2	3	4	5	6	7	
41	10384	10391	10398	1	2	3	4	5	6	7	
42	10448	10455	10462	1	2	3	4	5	6	7	
43	10512	10519	10526	1	2	3	4	5	6	7	
44	10576	10583	10590	1	2	3	4	5	6	7	
45	10640	10647	10654	1	2	3	4	5	6	7	
46	10704	10711	10718	1	2	3	4	5	6	7	
47	10768	10775	10782	1	2	3	4	5	6	7	
48	10832	10839	10846	1	2	3	4	5	6	7	
49	10896	10903	10910	1	2	3	4	5	6	7	
50	10960	10967	10974	1	2	3	4	5	6	7	
51	11024	11031	11038	1	2	3	4	5	6	7	
52	11088	11095	11102	1	2	3	4	5	6	7	
53	11152	11159	11166	1	2	3	4	5	6	7	
54	11216	11223	11230	1	2	3	4	5	6	7	
55	11280	11287	11294	1	2	3	4	5	6	7	
56	11344	11351	11358	1	2	3	4	5	6	7	
57	11408	11415	11422	1	2	3	4	5	6	7	
58	11472	11479	11486	1	2	3	4	5	6	7	
59	11536	11543	11550	1	2	3	4	5	6	7	
60	11600	11607	11614	1	2	3	4	5	6	7	
61	11664	11671	11678	1	2	3	4	5	6	7	
62	11728	11735	11742	1	2	3	4	5	6	7	
63	11792	11799	11806	1	2	3	4	5	6	7	
64	11856	11863	11870	1	2	3	4	5	6	7	
65	11920	11927	11934	1	2	3	4	5	6	7	
66	11984	11991	11998	1	2	3	4	5	6	7	
67	12048	12055	12062	1	2	3	4	5	6	7	
68	12112	12119	12126	1	2	3	4	5	6	7	
69	12176	12183	12190	1	2	3	4	5	6	7	
70	12240	12247	12254	1	2	3	4	5	6	7	
71	12304	12311	12318	1	2	3	4	5	6	7	
72	12368	12375	12382	1	2	3	4	5	6	7	
73	12432	12439	12446	1	2	3	4	5	6	7	
74	12496	12503	12510	1	2	3	4	5	6	7	



وحتى هذه الأيام يعتبر عداد أباكوس (ذو الخزرات على الأسلاك) هو أوسع جهاز عد انتشاراً. وحتى في هذه الأيام، المستخدم الماهر لهذا العداد يستطيع أن يعد الخزرات أسرع من الوقت الذي يستهلكه مشغل لوحة المفاتيح الرقمية للبحث عن المفاتيح.

وقد ظهرت آلات الحساب فى صورتين أساسيتين : آلات الجمع البسيطة وكانت تقتصر على القيام بالطرح والجمع، والآلات الحاسبة التى تتمكن من القيام ليس بالضرب والقسمة فقط

وكانت أول آلة جمع قد اخترعت بواسطة العالم الفرنسى بليه باسكال (١٦٢٣ - ١٦٦٢) فى عام ١٦٤٢ وكانت تتمكن من الجمع وحمل الباقي. وفى عام ١٦٧١ قام العالم الألمانى جوتفريد ويلهلم فون لينز (١٦٤٦ - ١٧١٦) بإنتاج جهاز يتمكن من القيام بعمليات الضرب عن طريق الجمع التكرارى.





وفي عام ١٨٢٢ قام عالم الرياضيات والمخترع الإنجليزي تشارلز باباج (١٧٩٢ - ١٨٧١) ببناء آلة جمع صغيرة . وبعد عشرة سنوات قام بتركيز تفكيره في «آلة الطرح»، والتي اعتبرت بداية الحاسب الرقمي. بعد ذلك تم توظيفه في مشروع إنشاء المونور التحليلي» والذي لم يبن أبداً وتوجد الآن صورة منقولة عن جزء منه قد تم بناؤه، في متحف لندن العلمي.

والحسابات .
 مهما كانت معقدة، لا تكن
 لحل المسائل في كل الأحيان.
 في بعض الأحيان نحتاج إلى
 المعادلات



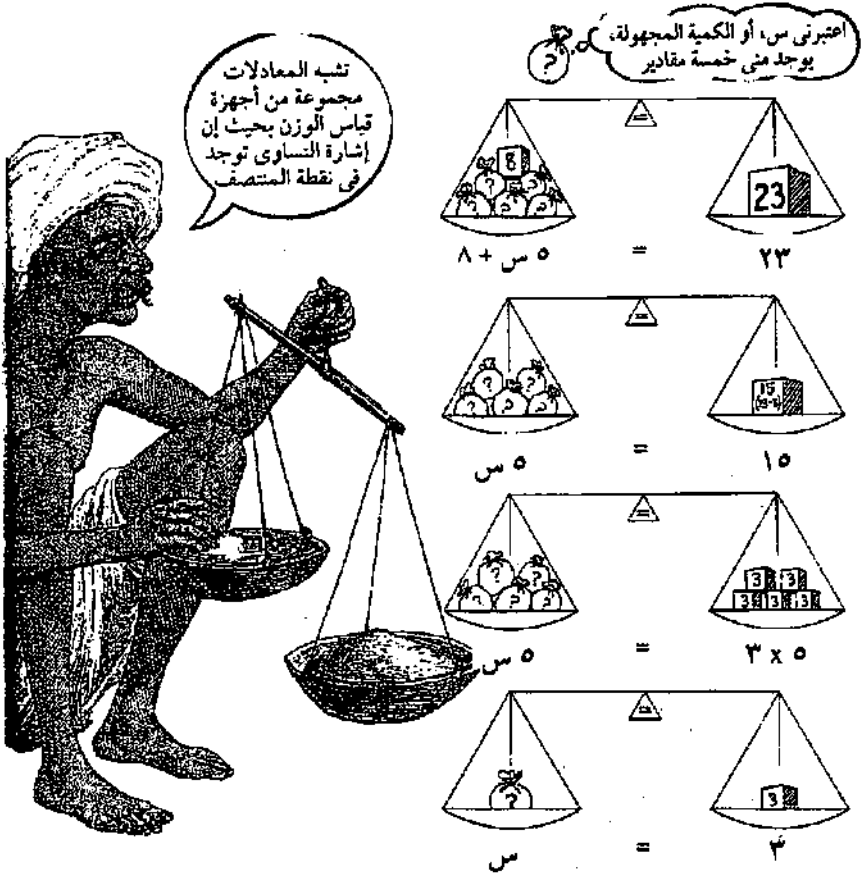
المعادلات

المعادلات هي لب الرياضيات، وهي تستخدم في كل أفرع الرياضيات البحتة والتطبيقية عدا الرياضيات البدائية جداً. وكذلك تستخدم المعادلات في العلوم الفيزيائية والحيوية والاجتماعية. وكما هو متضمن في اسمها ، فالمعادلات تنص على تساوى تعبيرين وغالباً ما تتضمن كميات غير معروفة وتسمى بعضها بالمتغيرات والبعض الآخر بالثوابت أو العوامل. وتستخدم المعادلات كذلك في تعريف الكميات المختلفة أو النص على العلاقة بين بعض المتغيرات.



وقبل اختراع المعادلات كانت المسائل الرياضية تحل بطرق معقدة بارعة جداً، والآن تم اختصارها إلى صيغة بسيطة جداً.

فى المعادلة $5س + 8 = 23$ ، $س$ هو المجهول المطلوب حسابه، من الممكن حساب قيمة $س$ بطريقة التجريب والخطأ، أو بطريقة بسيطة (وهى طرح 8 من كلا الجانبين وبعد ذلك القسمة على 5).



وهذه المعادلة تتحقق أو تُحل عندما تكون $س = 3$ عند ذلك يكون كلا جانبي المعادلة متساويين. وعندما تكون كل قيم المتغيرات تؤدي إلى تحقق المعادلة، تسمى المعادلة فى هذه الحالة بالمتطابقة. على سبيل المثال، المعادلة $(س + 2) = 2س + 2س + ص$ تسمى متطابقة لأنها صحيحة لكل القيم الممكنة للمجاهيل. وهذه المتطابقات مفيدة جداً فى المعالجة الجبرية البارة، حيث تقوم بإبدال التعبيرات المعقدة جداً بأخرى أبسط.



المعادلات الخطية
تحتوي على متغيرات مرفوعة إلى أس واحد
مثل $5س + 8 = 23$
وسميت هذه المعادلات كذلك لأنهم عندما
يتم رسمهم في رسومات بيانية يكونون على
صورة خط مستقيم



المعادلات التربيعية
تحتوي على متغير واحد مرفوعاً للأس ٢،
هذه المعادلات لها دائماً جذران ومن الممكن أن يكونا
متساويين. على سبيل المثال: المعادلتان $س^2 = 4$ و
 $س^2 - 3س + 3 = 0$ معادلتان تربيعيتان لهما جذران (٢، -٢)
و (٢، -٢) على الترتيب. أما المعادلة
 $س^2 - 4س + 4 = 0$ فلها جذران
متساويان وهما $س = 2$



المعادلات التكعيبية
يكون فيها متغير واحد مرفوعاً للأس ٣، وهي لها
ثلاثة جذور دائماً بالرغم من أن يكون اثنان منهما أو
الثلاثة متساويين. ومن الممكن أيضاً أن يكون أحد
الجذور (أو اثنان) عدداً مركباً ولا يمكن أن يكون ثلاثة
أعداد مركبة. والمعادلة $س^3 - 6س^2 + 11س - 6 = 0$
معادلة تكعيبية لها جذور $س = 1، 2، 3$

وتسمى المعادلات الخطية والتربيعية والتكعيبية معادلات من الدرجة الأولى والثانية والثالثة على الترتيب. والمعادلات حتى الدرجة الرابعة يمكن تمثيل جذورها بصيغة رياضية تتضمن جذوراً تربيعية وبعض الحسابات مثل المعادلة $أس^2 + ب س + ج = ٠$ صيغة جذورها تكون :

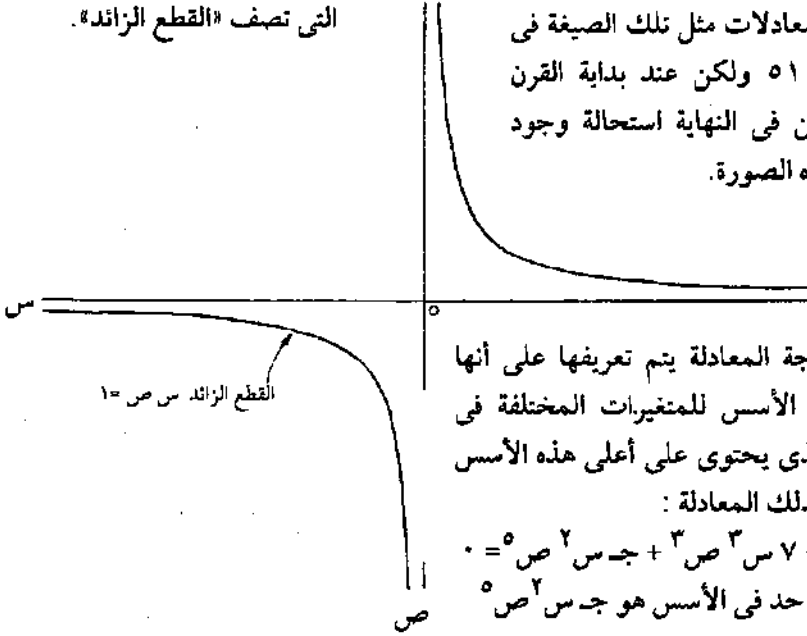
$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ ج}}{٢ أ}$$



ربما يكون المقدار
الموجود تحت الجذر التربيعي
($\sqrt{\quad}$) أقل من الصفر، في هذه
الحالة تكون الجذور على صورة
أعداد مركبة

لا توجد حدود لدرجات هذه المعادلات الجبرية ولكن هناك حدود فاصلة عند المعادلات الخماسية، فعلى مر العصور كانت هناك محاولات لإيجاد صيغة لجذور تلك المعادلات مثل تلك الصيغة فى صفحة ٥١ ولكن عند بداية القرن ١٩ تبين فى النهاية استحالة وجود مثل هذه الصورة.

والمعادلات من الممكن أن تحتوى على أكثر من متغير فى أحد حدودها، ومثال لذلك المعادلة :
 $\sin x = 1$ المعادلة الهندسية التى تصف «القطع الزائد».





عندما تكون هناك معادلة واحدة تحتوى على متغيرين فهي غير قابلة للحل بالطبيعة، ولكن إذا كان لدينا اثنان من هذه المعادلات، من الممكن أن نقوم بحلهم لإيجاد قيم كلا المتغيرين.

وعندما يكون لدينا مجموعة من معادلتين أو أكثر في متغيرين أو أكثر فمن الممكن حلهم أنياً بمعالجة بسيطة.
وكمثال لذلك :

$$(1) \quad 2س + س ص = 3 + 0$$

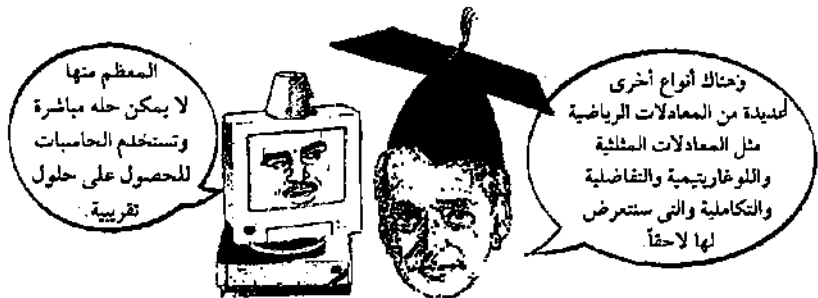
$$(2) \quad \text{بضرب المعادلة الأولى في 2 نحصل على } 4س + 2س ص = 6 + 0$$

$$(3) \quad \text{وبطرح المعادلة الثانية من هذه المعادلة نحصل على } 3س = 6 + 0$$

$$(4) \quad \text{لذلك } س = 2$$

وبالتعويض عن قيمة س في المعادلة الأولى نجد أن $ص = -\frac{1}{2}$

وهناك بعض المعادلات الآتية الأكثر تعقيداً من ذلك ومن الممكن أن نحل بنفس الطريقة.

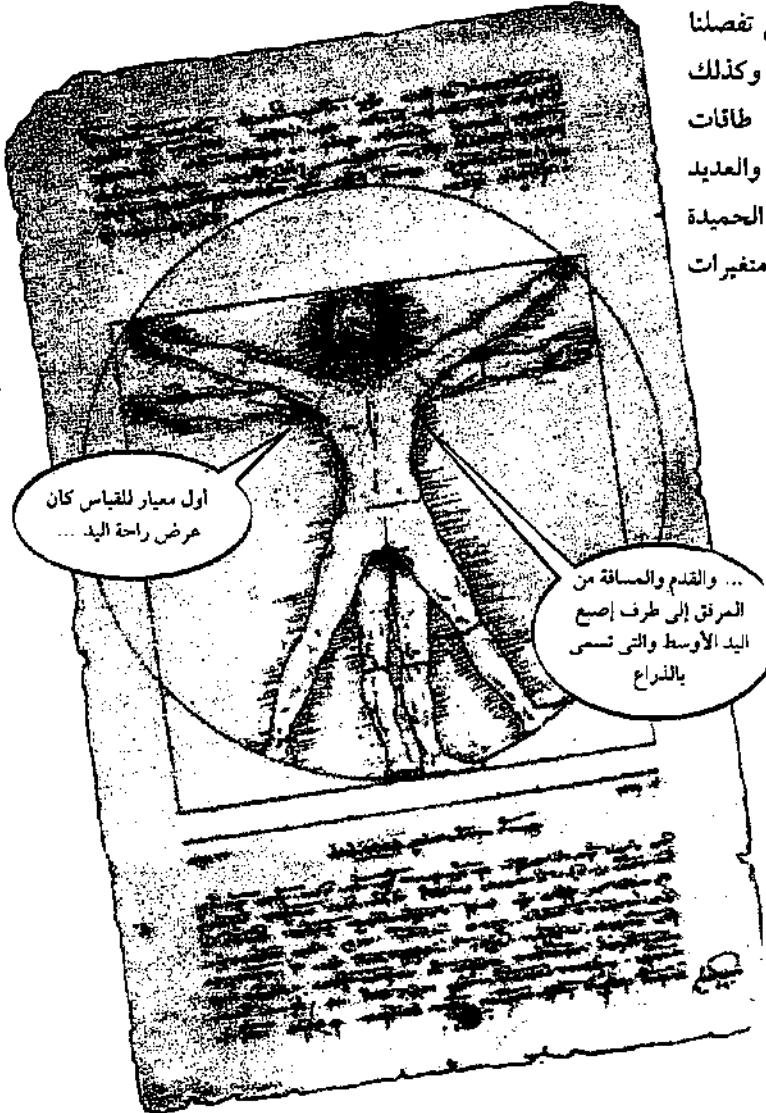


القياس



القياسات جزء مهم جداً من الرياضيات ،
فنحن نقوم بقياس كل شيء تقريباً. وتنوع
القياسات من الوقت والأبعاد والأوزان
والمسعات والحجوم والكهرباء والحرارة وحتى

المسافات التي تفصلنا
عن النجوم، وكذلك
نقوم بقياس طاقات
مكونات النواة والعديد
من الأشياء الحميدة
مثل الذكاء ومتغيرات
البيئة.



أول معيار للقياس كان
عرض راحة اليد ...

... والقدم والمسافة من
المرفق إلى طرف إصبع
اليد الأوسط والتي تسمى
بالذراع

وينحدر «النظام الدولي» من النظام المترى الذى وضعه الفرنسيون أثناء

فترة التطور الفرنسى. وهذا النظام يملأنا بمجموعة من الوحدات

للكميات المشتقة من الكميات

الأساسية مثل : المتر (م) للطول ،

والثانية (ث) للزمن ،

والكيلوجرام (كجم) للكتلة.

ومعظم القياسات العملية يتم التعبير عنها فى صورة أسس

العشرة من الوحدة مثل المليمتر (مم) للطول ، والذى

يساوى 10^{-3} من المتر.



وفى هذه الأيام تنير
القياسات على العلم



ويشذ الوقت

من هذه القاعدة حيث

إن كل محاولات الفرنسيين

لتقسيم الشهر إلى ثلاثة عقود

مكونة من عشرة أيام ، واليوم

إلى عشر ساعات ، والساعة

إلى مائة ثانية قد باءت بالفشل

ولذلك بقى النظام الذى

اختره البابليون قائماً

وكل وحدة أساسية لها تعريف وطريقة قياس محددة من قبل الهيئات الدولية الرسمية، وبالطبع تتغير هذه التعريفات كلما ظهرت طرق قياس أفضل.



ويبدأ تعريف المتر
على أنه ١/٤٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠
من محيط الكرة الأرضية
وفي هذا القرن تم قياس المتر
عن طريق سرعة الضوء وفي
هذه الأيام يقاس بالطول
الموجي لضوء ذى
لون محدد

ولا تزال بعض الدول تستخدم
النظام الملكى القديم الذى يحتوى
على الرطل والياردة وثمان الجالون

وربع الجالون. ولكن مقياس ثمن الجالون وربيع الجالون
والجالون الأمريكى يساوى أربعة أخماس نظيره الإنجليزى،
لذلك فإن السيارات الأمريكية التى نستهلك وقوداً أكثر بالنسبة
لعدد الأميال الأقل الذى تقطعه لكل جالون ...

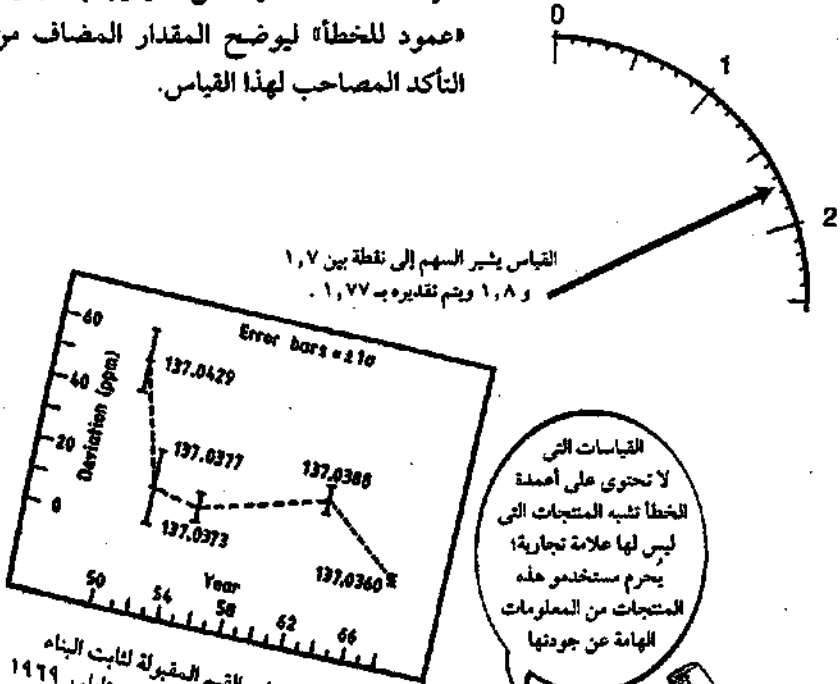


... لا تخبر حلى
هذا العدد من
السوء!

مليون
كوتيل!

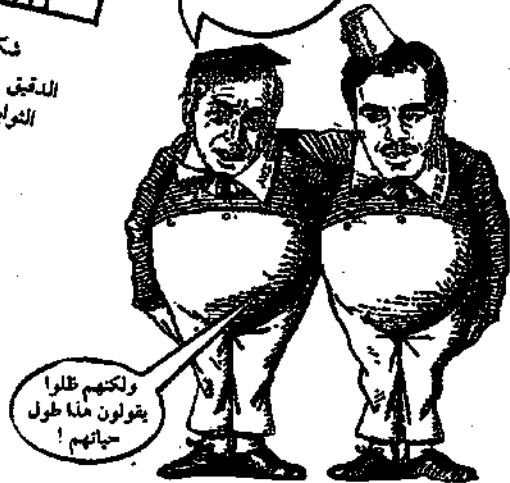
ويلاحظ أن العد والحساب دائماً ما يتعلقان بأرقام منفصلة ومفردة ، ولذلك يتضمنون أرقاماً فعلية وعلى التقيض فإن القياسات تهتم بمقادير متصلة . ولا يوجد قياس مثالي يعطى القيمة الفعلية للكمية المقاسة، فعندما تتم مقارنة الشيء الذى نريد قياسه مع معيار معين فإننا نحاول تقريب القراءات بين نقطتين على أدق مقياس. لذلك فإن كل تقرير عن

القياسات المعقدة يتضمن (أو يجب أن يتضمن) «عمود للخطأ» ليوضح المقدار المضاف من عدم التأكد المصاحب لهذا القياس.



شكل ١ تتابع القيم المقبولة لثابت البناء الدقيق $\alpha - 1$ (مأخوذة من ب. ن. تايلور ١٩٦٩: الثوابت الأساسية والديناميكا الكهربائية الكمية، لندن، أكاديس ص ٧)

القياسات التي لا تحتوي على أعمدة الخطأ تشبه المنتجات التي ليس لها علامة تجارية؛ يحرم مستخدمو هذه المنتجات من المعلومات الهامة عن جودتها



ومنذ عصور ما قبل التاريخ ظلت القياسات تستخدم في البناء والتصميم. وقد اكتشف علماء العمارة أن الآثار القديمة الباقية مثل Stonehenge كانت تقام بدقة شديدة لملاحظة بعض الأحداث الفلكية، وبالتالي كانت أساساتها تتطلب دقة هندسية في التصميم. وكذلك تم تصميم كنائس أوروبا medieval بنسب دقيقة حتى أن نظرية النسب الإلهية كانت هي أساس المعمار والفن في عصور النهضة. وقد مثلت الأهرام المصرية العظيمة تحدياً أعظم لأجيال من علماء المعمار.



هل كانت
نسبهم تمرر عن علاقات
رياضية سحرية خاصة ؟

لا زالت
أعتقد أنها تعود
بالنفع في
محالات كثيرة

وتربط رياضيات
التصميم بين الرياضيات
المعملية والرياضيات النظرية
التي تم التوصل إليها في
الحضارة اليونانية

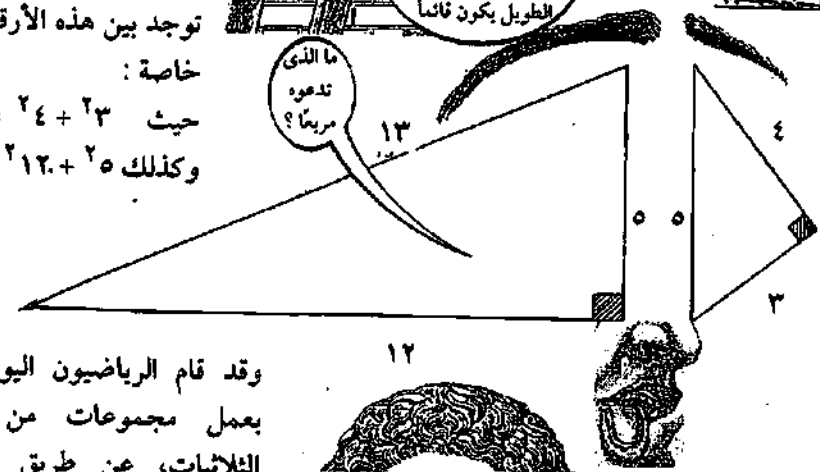
إمكانية عمل
الزوايا القائمة مثل ركن
المربع تفيد جداً في
وضع الأساسات
الأرضية

كان معروفاً
عند البابليين أن هناك
بعض المثلثات
قائمة الزاوية

إذا كانت أضلاع
المثلث لها أطوال ٣،
٤، ٥ أو ١٢، ١٣، ١٤ فإن
الركن المقابل للأضلاع
الطويل يكون قائماً

توجد بين هذه الأرقام علاقة
خاصة :
حيث $25 = 24 + 23$
وكذلك $213 = 212 + 25$

ما الذي
تدعوه
مريماً؟



وقد قام الرياضيون اليونانيون
بعمل مجموعات من هذه
الثلاثيات، عن طريق تطبيق
طرق حسابية لإيجادهم بالطبع



ولكن
اليونانيون قاموا
بوضع نظرية

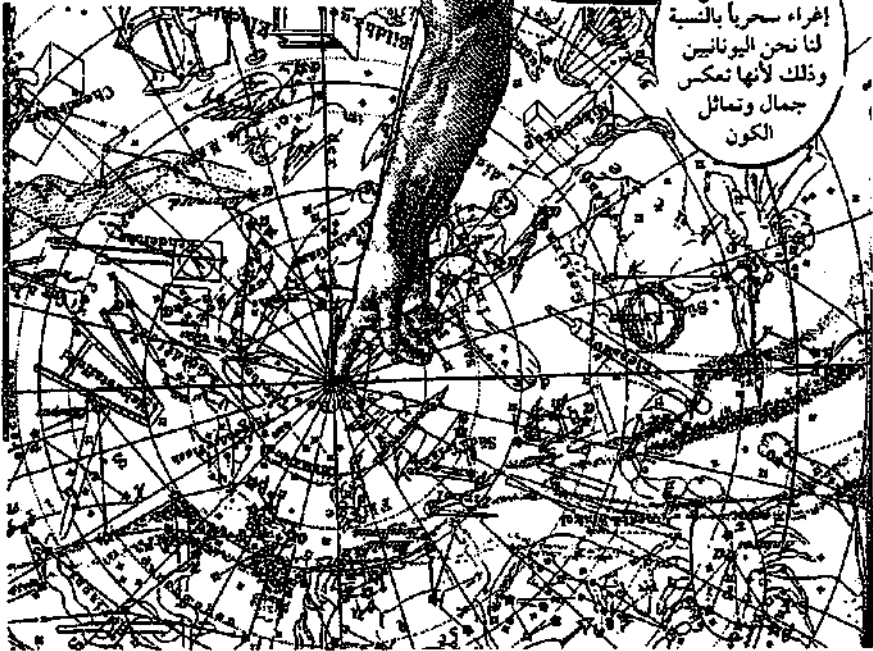
الرياضيات اليونانية

منذ بداية القرن السابع قبل الميلاد قام اليونانيون بفصل استنتاج قوانين الطبيعة عن الأسئلة الدينية المتعلقة بالعلاقة بين الإنسان وآلهته. وقد قيل إن رجل الدولة الرياضى قد قام بجلب علم الرياضيات

من مصر إلى اليونان، وهذا الموقف ميز كل العلوم والرياضيات اليونانية القديمة، حيث بحث اليونانيون عن نظريات الطبيعة التى تفسر الأرض والسماء.

قمت باستكمال الهندسة المصرية وأعطيت توضيحات للظواهر الطبيعية

ولكن الأرقام ما زالت تمثل إغراء سحرى بالنسبة لنا نحن اليونانيين وذلك لأنها تعكس جمال وتماثل الكون



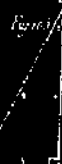
فيثاغورث (٥٨٠ - ٥٠٠ ق.م)

لم أكن عالم رياضيات فقط
ولكنني قائد مدني ومؤسس العبادة
الصوفية التي تدعو إلى الزهد والتشكف
عن الأنشطة والأطعمة المختلفة

اكتشف فيثاغورث أن
النغمات الموسيقية البسيطة
تتكون بالاندماج من ألين
لهما أطوال متناسبة . يتم
اندماج الأوتكاف بواسطة
وترين طول أحدهما نصف
طول الآخر، أما في حالة
الخمس فتكون النسبة ٣:٢ .

أدى ذلك إلى
أن نؤمن بأن الرياضيات
تتكس جمال والوهية العلاقات
حيث نحمل الأرقام الإجابة
على أي شيء ولها
خاصية سحرية

وقد تُسب إلى فيثاغورث نظرية شهيرة تم تسميتها باسمه
والتي تنص على: في المثلث قائم الزاوية يكون مجموع مربعي
طولي الضلعين مساوياً لمربع طول الوتر أي أن $a^2 + b^2 = c^2$
حيث c وهذه النظرية كانت موجودة قبل فيثاغورث ولكنه هو
أول من قام بإثباتها. وبالرغم من أن هذه الرواية لم تعرف إلا
بعد وفاته بثلاث السنين، إلا أنها تبدو متوافقة مع ما هو
معروف عن فيثاغورث، حيث إنه قام بتغيير الرياضيات من
كونها مجرد دراسة عملية إلى علم له دلالات فلسفية.





وقد أعجب من ساروا على نهج فيثاغورث بالأشكال الهندسية المنتظمة بكلا نوعيها المضلعات والأجسام الصلبة المنتظمة والتي يوجد منها خمسة أشكال فقط، وقد ذكر في أسطورة ما أنهم واجهوا أزمة كبيرة عندما اكتشفوا أن بعض العلاقات في هذه الأشكال لا يمكن التعبير عنها في صورة نسب للأرقام. وكان أسهل هذه الأزمات هو التحقق من نسبة طول قطر المربع إلى طول ضلعه، والمعروف الآن أن ...

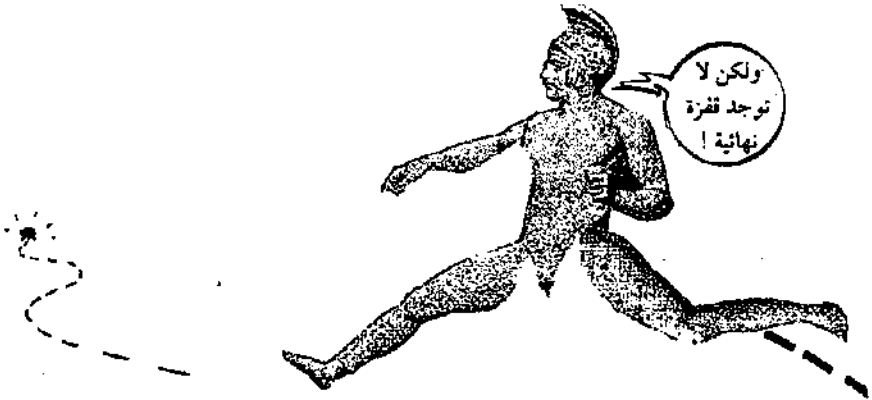


متناقضات «زينو»

كانت شهرتى
ناجمة عن المتناقضات التى
تحدثت بها الأساسيات التى
بنى عليها اعتقادنا عن الفضاء
والوقت والتغير

حاول زينو أن يبين أنه سواء تخيلنا أن الفضاء يمكن تقسيمه تقسيماً نهائياً أو لا نهائياً أو سواء اعتبرنا الحركة البسيطة أو النسبية سنصل إلى تناقض ، وقد وضع ذلك باستخدام أربعة متناقضات.

وأشهر تلك المتناقضات هى التى تهتم بالنسابق بين أشيلس (أفضل عداء) والسلحفاة. فى قفزة واحدة يستطيع أشيلس أن يقطع نصف المسافة التى تقطعها السلحفاة ويكرر ذلك مرات عديدة...



باستخدام هذا التحليل كيف يمكننا تفسير تغلبه على السلحفاة ؟

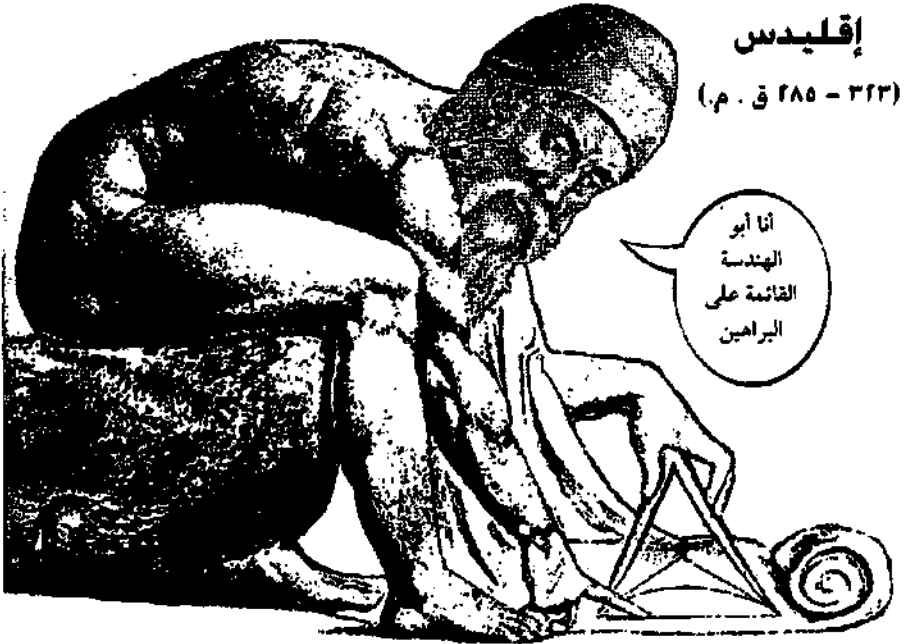
بالطبع لسنا فى حاجة إلى ذكر أنه
سيُفعل ذلك بعد عدد لا نهائى من
القفزات. فى الرياضيات الحديثة لا
نستطيع التحدث عن الحد الأخير أو
اللانهاى فى متتابعة.

وهذا التناقض يوضح أننا إذا جعلنا الفضاء مقسماً تقسيماً لا نهائياً، سنصل إلى تناقضات فى وصف الحركة.

هناك أربعة متناقضات أخرى لزينو عن الحركة وأخرى عن التغير بوجه عام، وإليك المثال التالي. بفرض أننا أعطينا الأوامر التالية ...

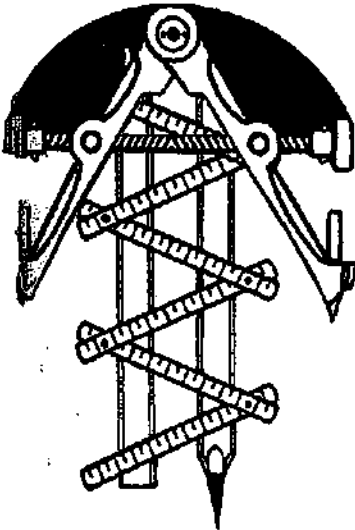


وقد قام الفلاسفة بملاحقة زينو في كل لحظات حياته ولكن مثل أشيلس لم يتمكنوا من اللحاق بفريستهم تماماً. ربما كان لدى زينو شيء يريد أن يخبرنا به عن علم الرياضيات، فنحن نحب أن يكون هذا العلم واضحاً ولكنه في الحقيقة متناقض.



كانت لأفكار إقليدس تأثيرات ضخمة على علم الرياضيات في الغرب حيث إنها تعتبر الأساس للهندسة. وقد قام بتنظيم إثباتات تقليدية مبنية على بعض «الأعمال» باستخدام بعض الأدوات المثالية مثل المسطرة والفرجار (لعمل أقواس من دوائر). باستخدام هذه الأعمال يمكنك إثبات أشياء عن هيئة الأشكال دون استخدام الأمثلة الرقمية، وكان هذا هو التغيير الكبير

في الرياضيات اليونانية - فكرة الإثبات العامة المختصرة.



وفي عمله «العناصر» قدم إقليدس أساسياته المشهورة للهندسة وقام بتعريف الأعمال المسموح بها في الإثبات (وهناك بعض الأعمال الأكثر تعقيداً والتي كانت معروفة بتحويل بعض الإثباتات الصعبة إلى صورة سهلة ولكنها لم تكن تعتبر «هندسية»). وبعد تعريف عناصره الأساسية مثل «النقطة» و«الخط» قدم إقليدس خمس ملاحظات شائعة عن الكمية وكذلك خمسة افتراضات للأعمال.

الملاحظات الشائعة :

١- إذا ساوى شيان شيئاً ثالثاً فإن الثلاثة يكونون متساوين

$$أ = ج ، ب = ج ، أ = ب$$

٢- إذا أضيفت كميات متساوية إلى كميات متساوية كان

$$الناتج متساوياً = + = =$$

٣- إذا طرحتم كميات متساوية من كميات متساوية كان

$$الناتج متساوياً = - = =$$

٤- الأشياء المتطابقة تكون متساوية ☺ = ☺

٥- الكل أكبر من الجزء **الكل**

الافتراضات :

من المسلم به أنه في المستوى :

١- يمكن رسم الخط بين أى نقطتين .

٢- يمكن مد أى خط من كلا الجانبين بدون حد.

٣- يمكن رسم دائرة بأى نصف قطر حول أى مركز .



٤- كل الزوايا القائمة متساوية.

٥- الخطان اللذان يقطعان خطاً ثالثاً بحيث كان مجموع الزوايا

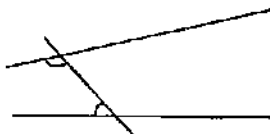
الداخلية أقل من زاويتين قائمتين يجب أن يتقاطعا في نقطة . وأول

ثلاث نقاط تعرف أعمالاً أما الاثنان الباقيان فهما نظريات.

الافتراض الخامس يسمى «افتراض التوازي» وقد ظل هذا

الافتراض تحدياً للرياضيين من بعد إقليدس . وفي الواقع فإن هذا

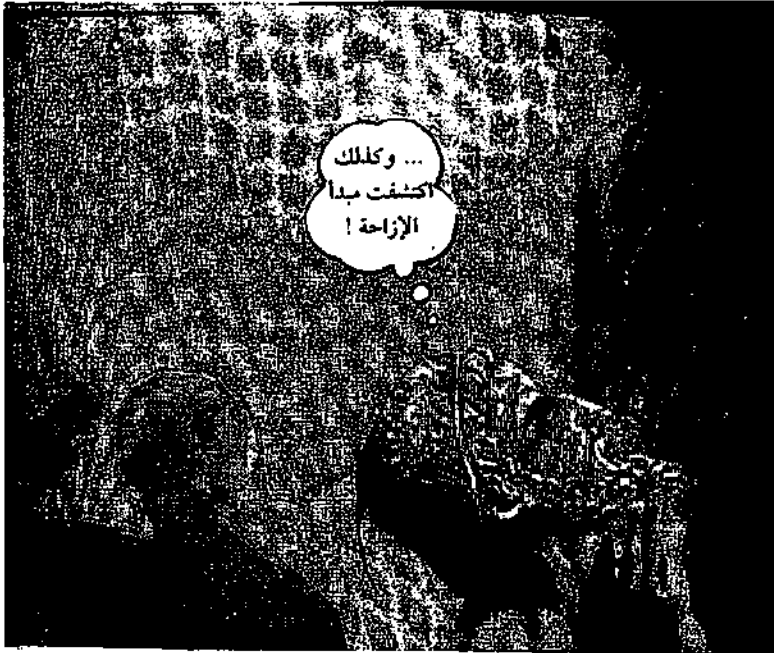
الافتراض يعتبر المفتاح الذي يصف نوعين مختلفين من الهندسة.





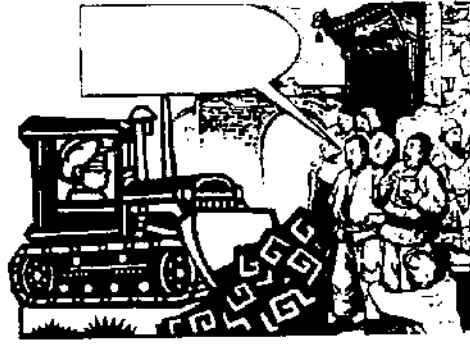
وباستخدام هذه الأساسات اتجه إقليدس لإثبات كل النتائج الهندسية في عصره وحتى نظرية فيثاغورث. وبغض النظر عن صعوبة مسلماته (والتي اعتبرت فيما بعد أنها حقائق ذاتية الإثبات، وكذلك الاستنتاجات الناتجة عنها تم التعامل معها على أنها حقائق أيضاً). وقد تم التعامل مع الهندسة على أنها مثال عظيم للمعرفة الحقيقية التي يمكن الوصول إليها بالعقلانية الإنسانية وحدها.

وجاء بعد إقليدس رياضي عظيم جداً وهو أرشيميدس (٢٨٧ - ٢١٢ ق.م.). وضع أرشيميدس طرقاً لقياس مساحة الأشكال الدائرية وكذلك مساحة سطح الأجسام المنحنية مثل الكرة والأسطوانة، وقد استنتج قيمة تقريبية لـ π ...



الرياضيات الصينية

لم يَقم الصينيون باستخدام الإثباتات الثابتة التي وجدناها في «عناصر إقليدس» وذلك لأنهم لم يُعجبوا بالمنطق الثابت. كان الصينيون، مهتمين بالتطبيقات العملية للأفكار ولم يدرسوا الرياضيات من أجل الرياضيات. وبالطبع لم يتمتعهم ذلك من وضع



إثبات للمثلث القائم الزاوية والذي كان مختلفاً تماماً عن نظرية فيثاغورث. وعلى عكس اليونانيين لم يمزج الصينيون من الأرقام الصماء (وهي تلك الأرقام التي لا يمكن التعبير عنها على صورة نسبة بين رقمين صحيحين أو الأرقام غير النسبية). ولتمييز الأرقام السالبة - على سبيل المثال - استخدم الصينيون سيقاناً حمراء بدلاً من اللون الأسود !

وقد قام الصينيون بالتدريب على الجبر دون استخدام رموز بكتابة كل أفكارهم في صورة كلمات. وقد استخدموا لوحة للعد في الجبر وكذلك في كل الاكتشافات الرياضية الأخرى. وقد طور الصينيون عن طريق العالم صنج ديناستي (٩٦٠ - ١٢٧٩) بعض الملحوظات للتعامل مع المعادلات حتى الأس التاسع. وقد استطاع الصينيون حل المعادلات الآتية الخطية (في مجهولين أو أكثر) وكذلك المعادلات التربيعية.

房本直指算法統宗卷之二 新安 賓集程大位汝思甫 編

分法別實左右圖

○凡二至九乘位者用此實為實以實為法呼九九合數
十就身言如隔位從末位算起用九歸還原

九因

式盤學初

萬千百十百一十百一十百一十百一十

實之首位 實之末位 法之首位 法之末位

實為子 法為母

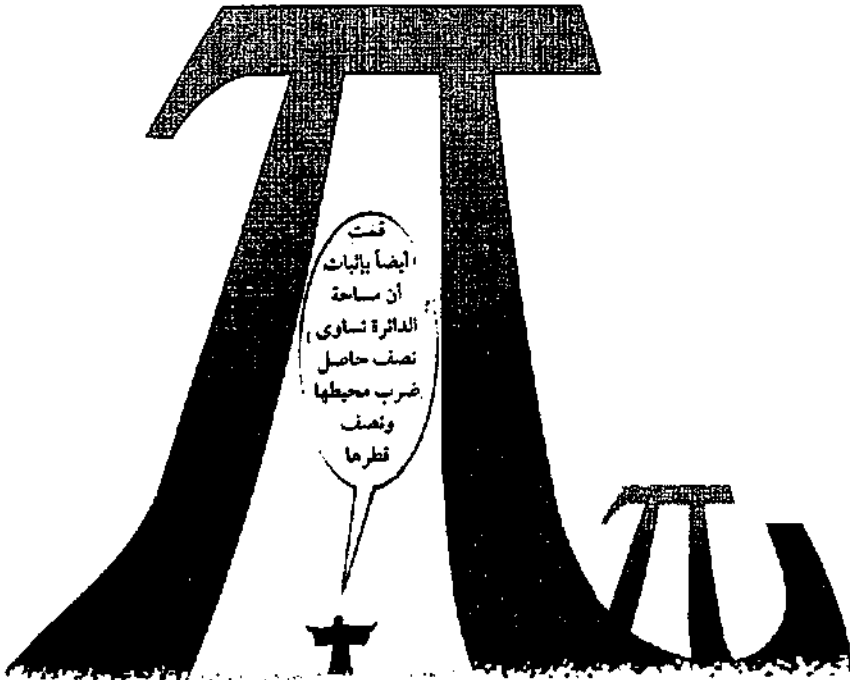
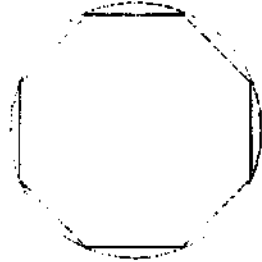
為前位上位 為次位下位

動 靜

وقد اهتم الصينيون أيضاً بالمربعات السحرية التي يتم ملء خاناتها بأرقام عندما تُجمع تعطى نفس الرقم، ويطبق هذا على الصفوف الرأسية والأفقية والقطرية أيضاً. واخترع الصينيون مكعبات ثلاثية الأبعاد لها نفس الخاصية. وظل الصينيون منشوقين للبحث عن قيمة دقيقة لـ «ط». وقد استنتج «ليو هوى» (وهو أحد علماء الرياضيات القدماء في الصين) قيمة لـ «ط»

4	9	2
3	5	7
8	1	6

حتى أربع علامات عشرية. وبني ليو هوى طريقته على «طريقة الاستنزاف» حيث من الممكن وضع مضلع داخل الدائرة وعن طريق زيادة عدد أضلاعه حتى تصل أطوالها إلى حد من القصر يمكننا معه مساواة المضلع بالدائرة.



وفي القرن الخامس بعد الميلاد قام الفريق المكون من الأب والابن تسو تشونج تشيه وتسو كنج تشيه بالحصول على قيمة لـ ط تساوى ٣, ١٤١٥٩٢٦ و ٣, ١٤١٥٩٢٧. لم يتم التوصل لهذا الرقم في العالم الغربي حتى القرن السابع عشر.

تشيو تشانج

هو أشهر كتاب في الرياضيات الصينية، ولا نعرف من كتبه ولا متى تمت كتابته بالتحديد ولكنه يفترض أنه يعود إلى آخر سلالة «تشين» أو بداية سلالة «هان» (القرن الأول بعد الميلاد).

وهذا الكتاب يغطي الموضوعات التالية :

- مراجعة أساسية (مع قواعد الجمع والطرح للكسور والنسب (النسب المئوية).
- التوزيع النسبي (المتواليات الهندسية والحسابية بالإضافة إلى قاعدة الثلاثة).
- قياسات أولية (إيجاد الجذور التربيعية والتكعيبية بطرق هندسية).
- دليل المهندسين (حجوم الأجسام ثلاثية الأبعاد).
-
- هذا بالإضافة إلى أجزاء أخرى عن الضرائب وبعض الألغاز وطرق الجدولة.



يوضح لنا عمق
كتاب تشيو تشانج مدى تعقيد
الرياضيات الصينية منذ بداية التقويم
الميلادي في الغرب

أربعة علماء رياضيات صينيون

يعتبر آخر القرن الثالث عشر وبداية القرن الرابع عشر هي فترة أقصى ازدهار للرياضيات الصينية. وقد عاش خلال هذه الفترة أربعة من أشهر علماء الرياضيات في الصين.



وكان هناك أكثر من ثلاثين مدرسة رياضيات عبر الصين وكانت الرياضيات مادة إلزامية في اختبارات الخدمة الوطنية العامة.

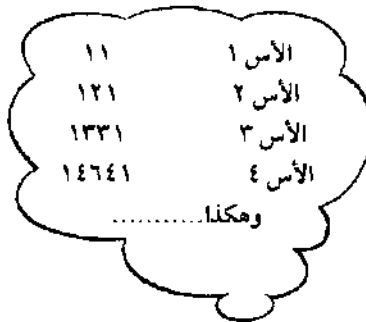
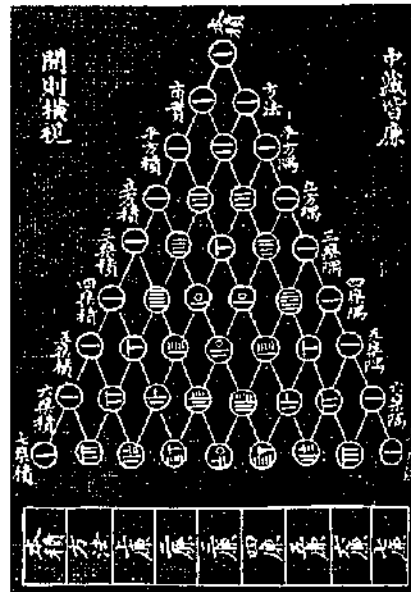
ويعتبر العالم تشين تشيو شاو واحداً من أعظم علماء الرياضيات الصينيين على الإطلاق وقد عمل في الخدمة العسكرية والمدنية وكان كتابه تسعة قطاعات من الرياضيات يتضمن بعض الأفكار الجديدة وقدم تحليلاً غير معروف من قبل (وهو دراسة المسائل التي لها حلول على هيئة أرقام صحيحة).

وقد درس كلُّ من «يانج هوى» و «تشو شيه تشيه» التباديل والتوافيق بين التعبيرات وتوصلوا إلى ما نسميه الآن بنظرية ذات الحدين. وتتضمن هذه النظرية ضرب مقدارين مكونين من حدين مثل (س + ١) و (س + ٣) والذي يعطى ناتجاً س٢ + ٤س + ٣ = ٠

وكلما ازداد عدد المقادير المضروبة ببعضهما ازداد عدد الحدود في الحل النهائي مثل :

$$(س + ١)(س + ١)(س + ١) = (س + ١)^٣ = س٣ + ٣س٢ + ٣س + ١$$

وقد قاد هذا عالمي الرياضيات للعمل في ما نعرفه الآن بمثلث باسكال. فقد اكتشفا أنه إذا



لاحظ أحدنا الأرقام المصاحبة للسينات يظهر نموذج معين. بالنسبة للأس الأول (مثل (س + ١)) هذه الأرقام هي ١ ، ١ ؛ وبالنسبة للأس ٢ (مثل (س + ١)²) تكون الأرقام ١ ، ٢ ، ١ ؛ وبالنسبة للأس ٣ (مثل (س + ١)³) تكون الأرقام ١ ، ٣ ، ٣ ، ١ ؛ وهكذا. وقد تم تخطيط هذه الأرقام في نفس الصورة التي صممها باسكال في القرن السابع عشر.



باسكال

وقد استُخدم مثلث باسكال في حساب الاحتمالات. على سبيل المثال يعطى النصف الثانى التباديل المختلفة عند رمى قطعتى نقود. فهناك احتمال واحد أن تظهر صورتان واحتمالان أن تظهر صورة وكتابة ، واحتمال واحد لظهور كتابتين.



وقد تم توضيح ذلك بواسطة عالم الرياضيات تشيا هسين (١١٠٠ ميلادية) وربما تكون ظهرت قبل ذلك.

الرياضيات الهندية

تعتمد الرياضيات الهندية (شأنها شأن الرياضيات الصينية) على كل الإثباتات المتنوعة متضمنة التحققات المبرهنة والتي لم يتم إرجاعها إلى أى نظام استدلالى تقليدى. وقد تطورت الرياضيات الهندية من النظام الذى طوره علماء المنطق وعلماء اللغة الهنديون. وقد تطورت الرياضيات فى الهند فى أربع مراحل واضحة. مرحلة (الهاريبان) من ٢٥٠٠ ق.م. إلى ١٠٠٠ ق.م. وتضمنت الرياضيات الأولية باستخدام الأحجار ، إلخ.

وتلى هذه المرحلة فترة «فيديك» والتي استمرت لمدة ١٠٠٠ عام والتي اهتمت بهندسة الطقس. وخلال هذه الفترة بدأت «الجنسية» و«البوذية» فى الظهور. ثم تلى ذلك الفترة التقليدية والتي استمرت تقريباً حتى عام ١٠٠٠ ب.م. وقد اهتم الرياضيون فى هذه الفترة بتطوير المبادئ القديمة مثل الأرقام والخوارزميات والجبر.



قصيدة من أعمال عالم الرياضيات
الهندي باسكارا (انظر الصفحة المقابلة)

والمرحلة الأخيرة فى الرياضيات الهندية هى فترة القرون الوسطى «لمدرسة كيرالا» والتي انتهت فى القرن السادس عشر حيث تم تطوير أفكار أكثر ذكاءً، وسبب انتهاء هذه المدرسة فى كيرالا غير معروف تماماً. وعلى أية حال فقد أثرت مدرسة كيرالا كثيراً فى الرياضيات الأوروبية حيث إن الاكتشافات الرياضية فى أوروبا كانت معروفة مسبقاً لدى علماء الرياضيات فى كيرالا قبل ذلك بحوالى ثلاثة قرون.

هندسة الفيدا (١)

كان هندوس فيديك معجبين جداً بالأرقام الكبيرة التي كانت تشكل جزءاً من المسؤولية الدينية لديهم. فعلى سبيل المثال عند مناقشة أمر مثل القربان كانت تذكر أرقام مثل ١٠٠٠٠٠ مليون. وكان هناك اعتقاد كبير بالأرقام التي تزداد على صورة مضاعفات العشرة، وكلما ازداد الرقم أصبح أكثر إثارة.

وهندسة مذبح الكنيسة تعطينا تصوراً للجبر عند هندوس فيديك. فطبقاً لأحد الأنظمة كان مذبح الكنيسة يأخذ شكل شبه منحرف ذي ضلعين متساويين. ويتم زيادة أو إنقاص أطوال الأضلاع بالتناسب مع الطقوس المختلفة. وهناك طقوس مختلفة تتطلب عدم تغير أطوال أضلاع معينة بينما تزداد أو تنقص أطوال أضلاع أخرى.

وقد مكن هذا القادة الدينيين من المسائل الرياضية التي تتطلب حلولاً جبرية. وقد تم وضع قواعد لهذه العمليات والأسئلة التي تأخذ في اعتبارها عدد الأحجار المستخدمة في هذه التغيرات. وتقدير عدد الأحجار المستخدمة في هذه العملية بحيث لا تتقابل الصدوع في الطبقات المتتالية أدى إلى استخدام المعادلات الآتية.



(١) الفيدا: هي مجموعة الكتب المقدسة في الديانة الهندوسية. وكلمة الفيدا سنسكريتية تعني «المعرفة»، ولم يبق منها سوى أربعة أسفار. (المراجع).

وقد حسب الرياضيون الهنود قيمة ط لأقرب أربع علامات عشرية.

الطريقة الهندية المعتادة لإيجاد مساحة الدائرة أو حجم الكرة ...



... تتكون من تقسيم
المساحة أو الحجم إلى
عناصر أصغر ثم يتم
جمعهم.

يتم تقسيم الكرة - على سبيل المثال - إلى الكثير من
الأهرام الصغيرة بهدف جمع أحجامهم بنفس «طريقة
الاستنزاف» التي استخدمها أرشيميدس وقد احتوت هذه
الطريقة على مبادئ العلم الذي عُرف فيما بعد باسم
«التكامل» وقد استخدم الهنود هذه الطريقة في الفلك من
أجل حساب سرعة ومواقع الكواكب. وعلى سبيل المثال

كان للتنبؤ بالكسوف شأن ديني عظيم.
حيث يكتسب عالم الفلك الذي يستطيع
التنبؤ بذلك بدقة احتراماً عظيماً. ويعتقد
بعض علماء تاريخ الرياضيات الهندية أن
هذا هو البداية الحقيقية لعلم «التفاضل
والتكامل».

براهما جويتا

وظهر الجبر في فترة براهما جويتا (٥٩٨) (وهو أحد أعظم علماء الرياضيات في الهند) على أنه فرع منفصل من الرياضيات. وقد كتب براهما جويتا أبحاثاً غطى فيها بعض النقاط مثل الجذور التربيعية والتكعيبية والكسور وقاعدة الثلاثة والخمسة والسبعة وغيرها والمقايضة. وخلال هذه الفترة تم تقسيم المعادلات إلى أنواع ما زالت تعرف حتى الآن : البسيطة Yavat-tavat والتربيعية varga والتكعيبية ghana والتربيعية الثنائية varga - varga . وقد اهتم براهما جويتا بالمعادلات الخطية ذات المجاهيل وكذلك المعادلات التربيعية. وكان لبراهما جويتا العديد من المعلقين الذي نقلوا أفكاره عبر السنين.



ومثل باقي العلماء الهنود
فقد أحب براهما جويتا
الأرقام غير النسبية مثل $\sqrt{2}$
وحدد قيمتها لدرجة عالية
جداً من التقريب.

ارقام "جاین"

اهتم هتود جاين شانهم شأن هندوس فيدك بالأرقام الكبيرة وكانت لهم طريقة منفردة للتفكير في هذه الأرقام. فقد افترضوا أن هذه الأرقام تنقسم إلى ثلاث مجموعات وهي المعدودة والغير معدودة واللاتهائية وكل مجموعة تنقسم إلى ثلاث مجموعات. فالمجموعة الأولى على سبيل المثال تنقسم إلى الأرقام القليلة والمتوسطة والكبيرة، أما المجموعة الثانية فتقسم إلى غير معدودة تقريبا وغير معدودة حقيقيا وغير معدودة غير معدودة. أما المجموعة الثالث فهي تقريبا لا نهائي ولا نهائي حقيقي ولا نهائي لا نهائي ولم تعرف أوروبا قدر هذه الأرقام إلا منذ قرن مضى من خلال أعمال كانتور.

1,000,000,000,000

قام أحد علماء الرياضيات التابع
لجماعة جاليل وهو رمانا فيناريا
(١٥٣٠) باستخدام الأرقام السالبة في
عملاته وذكر الصفر على أنه

الرقم الذي إذا قسم
على صفر لم يتغير

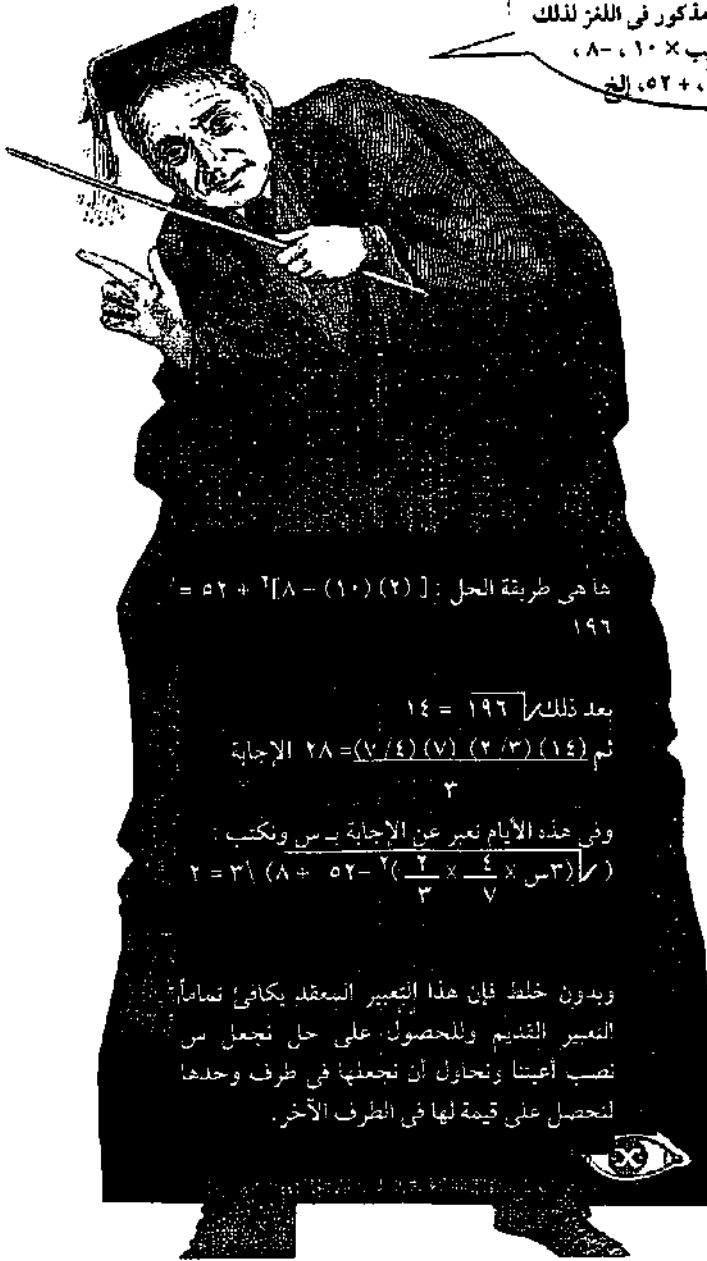
ما لا نهاية

الشعر الرياضي

تم تناقل الأفكار الرياضية الهندية في صورة الشعر. ويشيع وجود الألغاز الرياضية في الشعر حتى الآن، وأحد الألغاز الرياضية الشعرية هو :



الإجابة هي ٢٨ . وإذا أراد أحد
أن يحصل عليها فعليه أن يقوم بها بطريقة
عكسية لما هو مذكور في اللغز لذلك
نقوم بالترتيب $\times ١٠$ ، -٨ ،
() $+ ٥٢$ ، الخ



ها هي طريقة الحل : $[٨ - (١٠) (٢)] + ٥٢ = ١٩٦$

بعد ذلك $١٩٦ \div ١٤ = ١٤$

ثم $٢٨ = (٧ / ٤) (٧) (٢ / ٣) (١٤)$

٣

وفي هذه الأيام نعبّر عن الإجابة بس ونكتب :

$$٢ = ٣ \sqrt{ (٨ + ٥٢ - (\frac{٢}{٣} \times \frac{٤}{٧} \times ٣))}$$

وبدون خلع فإن هذا التعبير السعقد يكافئ تماماً
التعبير القديم وللحصول على حل نجعل س
نصب أعيننا ونحاول أن نجعلها في طرف وحدها
لتحصل على قيمة لها في الطرف الآخر.



راما نوجان

يحتوى التاريخ الهندى على العديد من الرياضيين البديهيين فعلى سبيل المثال كان «سرينفازا راما نوجان» (١٨٨٧ - ١٩٢٠) فاشلاً أكاديمياً ولكنه كان عالم رياضيات لامعاً. وقد اعتمد راما نوجان على المذهب التصوفى والميتافيزيقا وكذلك الأفكار التجريدية فى دراسة الرياضيات . وكانت طريقة الوصول إلى النتائج العميقة الذكية (وبالمناسبة الخطأ) خارج نطاق فهم أى أحد وكان نصيره فى انجلترا عالم الرياضيات ج.ه. هاردى والذي زاره ذات مرة بينما كان مريضاً فى أحد المستشفيات.



الرياضيات الإسلامية

قام المسلمون بتوحيد الفكر الرياضى فى كل الحضارات السابقة لهم ، حيث قاموا بدمج الجبر والعلاقات الحسابية البابلية والهندية والصينية بالعلاقات الهندسية اليونانية والإغريقية. ونتيجة لذلك كان علماء الرياضيات المسلمون على درجة عالية من الجرأة فى التعامل مع العمليات الحسابية على الأرقام الصحيحة والكسور وكذلك استخدام وتحويل الأرقام العشرية والسداسية أيضاً استخلاص الجذور التربيعية والعمليات على الأرقام غير النسبية واستخلاص الجذور التكعيبية ودراسة معاملات ذوات الحدين واستخلاص الجذور الرابعة والجذور الأعلى رتبة من ذلك.



الخوارزمي

محمد بن موسى الخوارزمي (توفي عام ٨٤٧) هو مؤسس علم الجبر الذي نعرفه في أيامنا الآن. وقد أنت كلمة الجبر من عنوان كتابه «كتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة». وتشتق كلمة خوارزم من اسمه. وقد وضع الخوارزمي كيفية اختصار أى مسألة إلى واحدة من ست صيغ قياسية باستخدام عمليتين الأولى تعرف بالجبر والثانية هي المقابلة. وتهتم الطريقة الأولى (الجبر) بنقل الحدود لحذف الكميات السالبة (مثل $س = ٤٠ - ٤$ تصبح $س = ٤٠$). والمقابلة هي العملية التالية وهي عبارة عن موازنة الكميات الموجبة المتبقية (لذلك إذا كان لدينا $٥٠ + س = ٢٩ + ١٠$ س تقوم المقابلة باختصارها إلى $س = ٢١ + ١٠$ س).

كتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة
المؤلف محمد بن موسى الخوارزمي

هذا كتاب وضعه محمد بن موسى الخوارزمي

في هذا الكتاب لم يستخدم الخوارزمي أية رموز كما تستخدم الآن وقام بالتعبير عن الرياضيات بصورة كلمات وباستخدام الكلمات قام باكتشاف حلول للمعادلات التربيعية ووضع المعادلة العامة

أ س + ٢ ب س + ج = ٠
والتي لها حل

س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ ج}}{٢ أ}$

قابلنا هذا قبل ذلك في ص ٥١

تولاه وشرحه في سنة ١٠٠٠ هـ

تطوير الجبر



وقد شرع علماء
الرياضيات المسلمون
بتأني في العمل على المجاهيل
بمساعدة كل الأدوات الحسابية
تماماً كما يتعامل خبراء
الحساب مع المعلومات.

نحن نعرف أن الجبر له هدف مزدوج،
الأول هو التطبيق التقليدي للمعاملات
الحسابية الأولية بصورة تعبيرات جبرية،
والثاني هو دراسة التعبيرات الجبرية بغض
النظر عما تمثله وذلك لكي نكون قادرين
على تطبيق العمليات العامة المطبقة
على الأرقام على تلك التعبيرات.

الصموعل (المتوفى عام ١١٧٥)
كان الصموعل هو أول من كتب
النتائج الجبرية في صورة رمزية.

كان أيضاً قادراً على
التعامل مع الأرقام السالبة
والتي اعتبر أن لها كينونة
خاصة.



وقد قام عمر الخيام (المتوفى عام ١١٢٣) بمناقشة إيجاد
الجزور من الدرجات الرابعة والخامسة والسادسة والأعلى من
ذلك بطريقة اكتشافها والتي لا تتضمن استخدام الهندسة
ولكنها مكافئة لمثلث باسكال. وكان اكتشافه هذا معاصراً
لاكتشاف المشابه في الصين.



اكتشاف حساب المثلثات

قدم علماء الرياضيات المسلمون النسب المثلثية السنة الأساسية وامتدادهم في حل مسائل حساب المثلثات.

وقد حل حساب المثلثات الحديث محل الطريقة غير البارة لاستخدام الأوتار (المبنية على قطاعات من الدائرة) التي استخدمت بواسطة عالم الفلك اليوناني العظيم Ptolemy (١٠٠ - ١٧٠) ويتم تعريف هذه الدوال بواسطة أضلاع المثلث القائم الزاوية، والمسمون بـ "م" للضلع المقابل لزاوية ما و "ج" للضلع المجاور لها و "و" للوتر، وهذه الدوال هي جا = $\frac{م}{و}$ ، جتا = $\frac{ج}{و}$ ، وظا = $\frac{م}{ج}$ وقد نتج منه هذه التعريفات البسيطة عالم غير مصدق من العلامات. وقد كان حساب المثلثات عبارة عن أعظم تطور هام للرياضيات والفلك والعلوم العملية مثل مساحة الأراضي وبناء الحصون.

والدوال الثلاثة الأخرى هي عبارة عن مقلوب الدوال الأولى وهي :

$$\text{قتا} = \frac{1}{\text{جا}} = \frac{و}{م} ، \text{قا} = \frac{1}{\text{جتا}} = \frac{و}{ج} ، \text{ظا} = \frac{1}{\text{م}} = \frac{ج}{م}$$



البطاني

قام البطاني (المتوفى عام ٩٢٩) بإنتاج عدد من العلاقات المثلثية والتي تتضمن :

$$\text{ظا } \alpha = \frac{\text{جا } \alpha}{\text{جتا } \alpha}$$

$$\text{قا } \alpha = \sqrt{1 + \text{ظا }^2 \alpha}$$

وقام كذلك بحل المعادلة $\text{جا } \alpha = \alpha$ جتا α من مكتشفاً بذلك المعادلة

$$\text{جا } \alpha = \alpha$$

قامت أيضاً
بإستخدام فكرة المماس
أو الظل (التي قدمها المرواني
(المتوفى عام ٩٠٠) لأول
مرة) لتطوير معادلة
لحساب ظل الزاوية ومقلوب
الظل، وكذلك قامت بتجميع
جدول لمقلوب الظل.



أبو وفا

استبح أبو وفا (المتوفى عام ٩٩٨) العلاقات التالية :

$$\text{جا (أ + ب)} = \text{جا أ جتا ب} + \text{جتا أ جا ب}$$

$$\text{جتا أ} = 1 - \text{جا أ جتا أ}$$

$$\text{جا أ} = 1 - \text{جتا أ جتا أ}$$

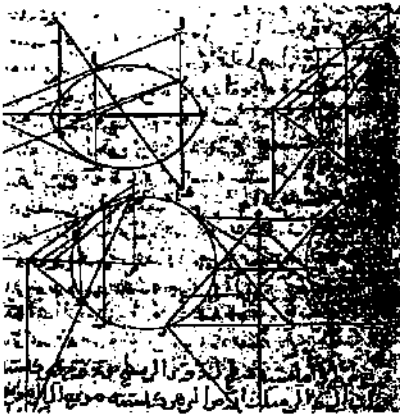
وكذلك اكتشف صيغة الجيوب للهندسة الكروية

$$\frac{\text{جا أ}}{\sin \text{أ}} = \frac{\text{جا ب}}{\sin \text{ب}} = \frac{\text{جا ج}}{\sin \text{ج}}$$

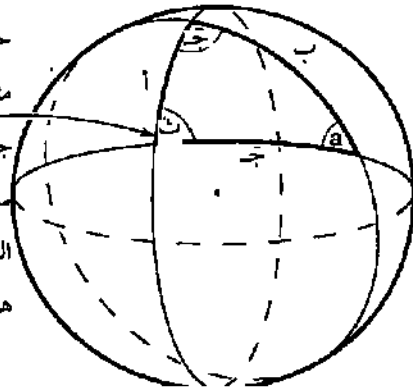
$$\frac{\text{جتا أ}}{\cos \text{أ}} = \frac{\text{جتا ب}}{\cos \text{ب}} = \frac{\text{جتا ج}}{\cos \text{ج}}$$



كانت أعماله نافعة جداً لدرجة أنها عبرت أوروبا كلها خلال فترة النهضة . قمت أيضاً بإعداد جداول مثلثية جديدة وطورت طرق حل بعض مسائل المثلثات الكروية



حيث أ، ب، ج هي أطوال أجزاء الدوائر التي تكون مثلثاً على سطح الكرة مقدرة بالدرجات أما أ، ب، ج فهي الزوايا المقابلة لها. ويتم عمل الدوائر على سطح الكرة بواسطة المستويات التي تمر بمركز تلك الكرة. (في هذه الأيام تتبع الطائرة العابرة للقارات هذه الدوائر حيث إنها تعتبر أقصر مسافة بين نقطتين).



ابن يونس وثابت بن قرة

قام ابن يونس المتوفى عام ١٠٠٩ بتحقيق الصيغة التالية :

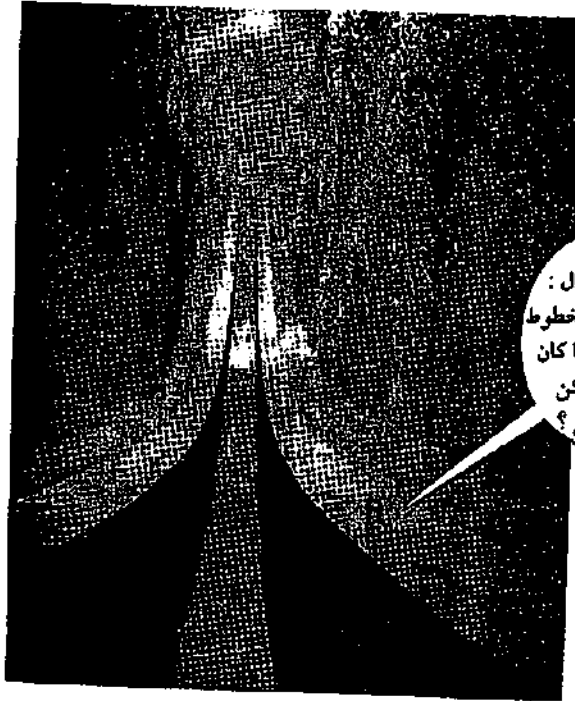
$$\frac{1}{3}(\text{جنا} + \text{ب}) = \text{جنا} (\text{أ} - \text{ب})$$

وبالرغم من أنها مبنية أساساً على علم المثلثات إلا أنها مكنتنا من تحديد قيمة لحاصل الضرب على صورة مجموع. وفي الوقت الذي كانت فيه عملية ضرب رقمين مكونين من عدد كبير من الخانات تعتبر عملية مملة كانت هذه المعادلة موفرة للجهد بطريقة كبيرة ، بعد ذلك أعطت هذه الصيغة بواذر نشأة اللوغاريتمات والتي قامت بنفس المهمة بصورة مباشرة، أيضاً أدت هذه الصيغة إلى الصيغة الأساسية لحساب المثلثات الدائرية المستخدم في هذه الأيام من خلال معادلة جيب التمام.

$$\text{جنا}^{\wedge} = \text{جنا}^{\wedge} \text{ب}^{\wedge} \text{جنا}^{\wedge} \text{ج}^{\wedge} + \text{جا}^{\wedge} \text{ب}^{\wedge} \text{جا}^{\wedge} \text{جنا}^{\wedge} \text{أ}^{\wedge}$$

(حيث أن أ هو طول الضلع الدائري و أ هي الزاوية المقابلة له).

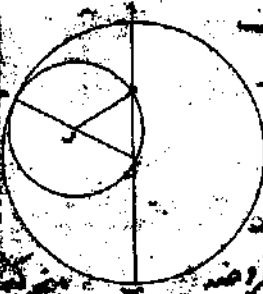
كتب ثابت بن قرة (المتوفى عام ٩٠١) في نظرية الأرقام واستخدامهم في وصف النسب بين الكميات الهندسية وهي خطوة لم يخطها اليونانيون أبداً.



وكذلك
ناقش السؤال :
أين تتلاقى الخطوط
المتوازية إذا كان
من الممكن
أن تتلاقى ؟

الطوسي

بن المارد من الدائرة الصغيرة مدالة



رقص

لنا

الخط

سيرة

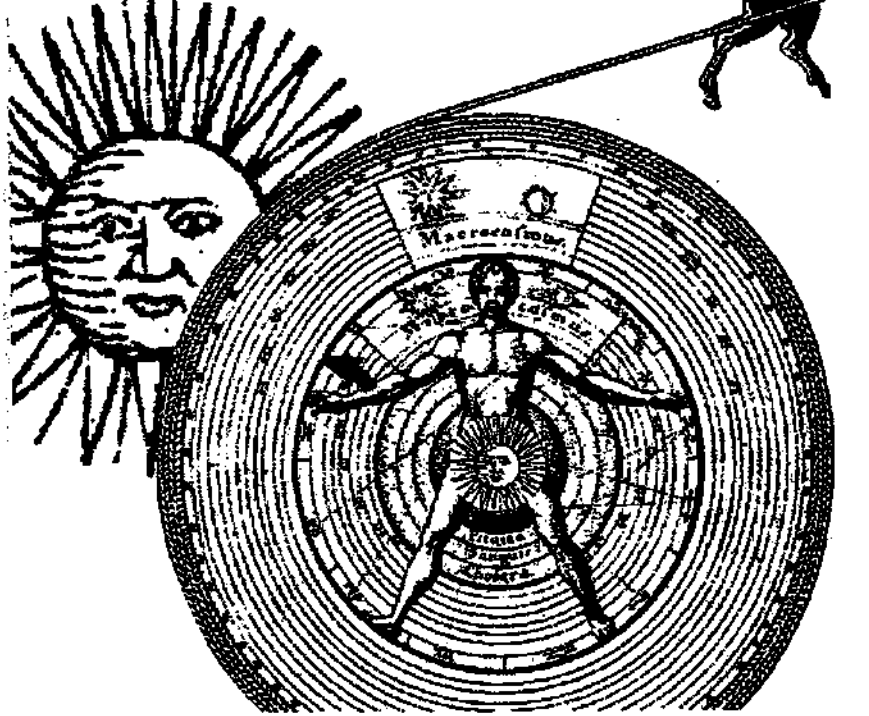
بالمركز

الخط الذي وضعه بن المارد من الدائرة الصغيرة مدالة

الخط الذي وضعه بن المارد من الدائرة الصغيرة مدالة

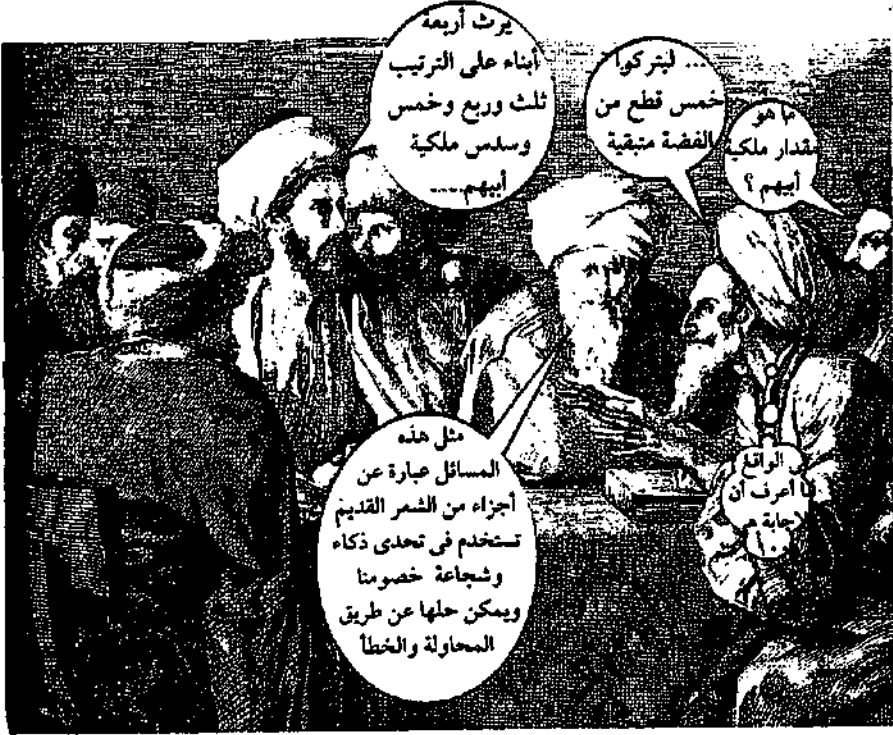
العالم نيقولاس كوبرنيكوس (١٤٧٣ - ١٥٤٣) من تمثيل حركة الكواكب المعقدة على هيئة حركة دائرية مركبة وذلك سهل عليه إنشاء نظام فلكي يتركز حول الشمس وليس الأرض.

يعتبر ناصر الدين الطوسي (المتوفى عام ١٢٧٤) أفضل العلماء في مجال حساب المثلثات بنوعيه المستوي والكروي. ومعالجته المبنية على الفهم لتحليل المثلثات الكروية تعتبر واحدة من الدراسات المؤسسة لتطوير علم الرياضيات. وقد أسس أزواج طوسي والتي وضع من خلالها أن الحركة في خط مستقيم ذهاباً وإياباً يمكن تمثيلها على هيئة تراكب حركتين دائريتين. وقد مكن هذا البحث العالم نيقولاس كوبرنيكوس (١٤٧٣ - ١٥٤٣) من تمثيل حركة الكواكب المعقدة على هيئة حركة دائرية مركبة وذلك سهل عليه إنشاء نظام فلكي يتركز حول الشمس وليس الأرض.



حل المسائل التى تتضمن أرقاماً صحيحة

ظلت المسائل التى لها حلول عبارة عن أرقام صحيحة شائعة على مر القرون، فهذه هى الأرقام التى يفهمها التلاميذ. ومثال تلك المسائل هو مسألة الوراثة :



وتم التوصل لأول تقريب لهذه المسائل بواسطة ديوفانتوس (٢٧٥) وكان علماء الرياضيات المسلمون على درجة عالية من النشاط فى تطوير هذا العمل. وكانت نقطة البدء الطبيعية هى أرقام فيثاغورث مثل ٣، ٤، ٥ والتى تكون أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية، وتم تعميم هذه العلاقة وقام العلماء المسلمون بالبحث عن حل صحيح للمعادلة $x^2 + y^2 = z^2$. وكان هناك العديد من علماء الرياضيات من قاموا بإثبات استحالة حل هذه المعادلة ومن ضمن هؤلاء كان فيرمان لو الذى سميت هذه المسألة باسمه. وقام العلماء التاليين باكتشاف بعض الأخطاء التى بينت أن هذه المسألة صعبة جداً بالفعل !

نشأة الرياضيات الأوروبية

اعتمدت الرياضيات الأوروبية في تطورها على المساهمات من كل الحضارات الأخرى، فخلال العصور الوسطى كانت أوروبا أقل شأنًا من الحضارات الأخرى في كل نواحي التقنية والعلوم والثقافة. وقد بدأت في اللحاق بالركب عن طريق الاحتكاك الثقافي أثناء الحملات الصليبية ومن خلال الحوار بين العلماء في كل من أسبانيا وإيطاليا. وقد تم نقل وترجمة الأعمال العربية سواء إذا كانت مترجمة من اليونانية أو أعمالاً أصلية وذلك بواسطة فرق عمل متضمنة الوساطة اليهودية في بعض الأحيان.

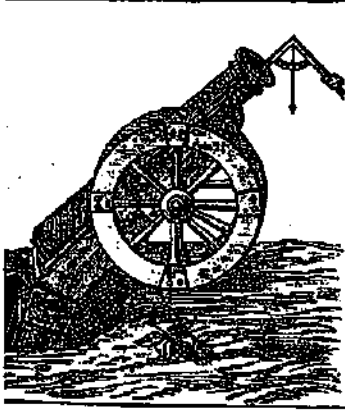


ومن بقايا هذه العملية الأسماء العلمية التي تبدأ بـ "ال" مثل الجبر والكحول (Algebra & Alcohol). وقد تم إعادة اكتشاف العلاقات الفيشاغورثية من الرياضيات الفنية والصوفية خلال عصر النهضة في القرن الخامس عشر.

بعد ذلك في القرن السادس عشر وهو عصر التوسع بدأت الرياضيات الأوروبية في النهضة



الاكتشافات والفتوحات والحروب الدينية كانت هي الفكرة العظيمة في هذا العصر



وكانت الرياضيات لها دور أساسي في الإبحار في أعالي البحار وتم تطبيقها في كثير من المجالات مثل الدفاع (تصميم الحصون) والهجوم (مصاصب المدفعية) في داخل الأوطان. وكانت المجالات مثل حساب المثلثات هامة جداً لنجاح هذه المغامرات، وقد تم تقدمها في كلا المجالين التجريبي والنظري.

هذا بالإضافة إلى التطور المتتابع للعلوم التجارية والتي تطلبت تحسين طرق المحاسبة. وقد دعت الكنيسة في البداية لاستخدام الأرقام العربية والاحتفاظ بالكتب ذات اللغتين (العربية والأوروبية على سبيل المثال). وكان ذلك لا يحتاج إلى تبرير ولكنه أمر واجب القبول. وفي هذه الأيام أصبحت هذه الأمور هامة جداً للدرجة يصعب معها إهمالها أو تجاهلها.

وقد صاحب تطور الرياضيات الأوروبية في المجال النظري بعض الأزمات والمتناقضات. فقد أصبحت الأرقام السالبة والأرقام غير النسبية (والتي نادراً ما أزعجت الصينيين والهنود والمسلمين) على درجة عالية من الصعوبة بالنسبة لعلماء الرياضيات الأوروبيين حتى أثناء استخدامهم بنجاح باهر. وفي الحال أدت هذه المتناقضات إلى ظهور مجالات جديدة من الرياضيات ...



رينيه ديكارت

ويلاحظ أن أعظم مبتكر أوروبي في الرياضيات هو الفرنسي رينيه ديكارت (١٥٩٦ - ١٦٥٠) والذي كان فيلسوفاً أيضاً. ومن خلال أبحاثه الشخصية في التأكد تحول من تعلم الأدب الإنساني إلى متابعة الرياضيات، ولكنه في البداية كان محبطاً.



لماذا كان ديكارت على هذه الدرجة العالية من الاستخفاف بالجبر لدرجة أنه أراد أن يحسنه؟ حسناً، فقد كان الجبر مصاغاً جزئياً في خلال القرن السادس عشر، فقد كانت هناك بعض النقاط العامة ذات الأسماء المختصرة التي لم تكن على درجة وصف واضحة ولا حتى تمت معالجتها بطريقة بارعة. ولكن بالنسبة لعلماء الرياضيات في ذلك الوقت كانت هناك أمور أسوأ، فقد وجدوا أنفسهم يقومون بوصف أشياء تافهة أو سيئة!

لقد ذكرنا سابقاً الأرقام التخيلية، وهي جذور المعادلات مثل $س٢ + ١ = ٠$ ، إلى
 أى نوع من الأرقام تنتمى هذه الأرقام ؟
 فنحن لا نستطيع عد الأشياء بواسطة هذه الأرقام. أيضاً ما هى الكميات الفيزيائية
 التى يعطى مربع قياسها كميات سالبة ؟ هذا يعنى أنه يلزم التعامل مع هذه الأرقام
 بمعالجة بارعة لبعض القواعد، وفى النهاية لا توجد دواخى قلق من كتابة الهراءات مثل
 تلك !



وفى الحال
 ظهرت تناقضات
 أخرى !

الهندسة التحليلية

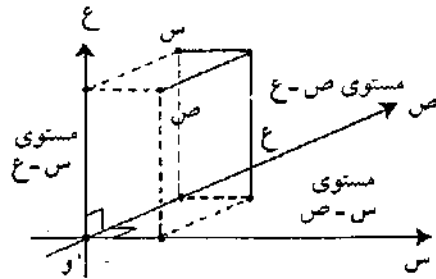
ظهرت الهندسة التحليلية أو هندسة الإحداثيات كنتيجة لمجهودات ديكارت. وتبنى الهندسة التحليلية على فكرة أن أى نقطة فى الفراغ يمكن ...



فى الهندسة المستوية يوجد محوران متعامدان نطلق عليهما «محور س» و«محور ص». ويمكن تحديد موقع أى نقطة فى المستوى بواسطة إحداثياتها (س، ص) والتي تعطى المسافة بين تلك النقطة ونقطة الأصل على المحور بين س و ص ، ونقطة الأصل هى نقطة تقاطع المحورين.



أما فى حالة الثلاثة أبعاد فيوجد ثلاثة محاور متعامدين تبادلياً وهم محور س و ص و ع



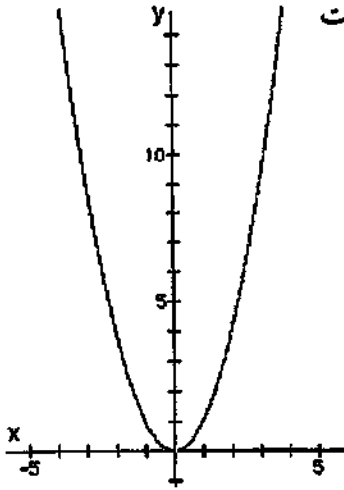


يمكن تمثيل
أى شكل على محوري
س، ص نقطة بنقطة



بالإضافة
لذلك يمكنك تمثيل
العلاقة بين إحداثيات
أى نقطة بواسطة
معادلة

وأبسط شكل يمكن تمثيله هو الخط المستقيم الذى يوصف بواسطة المعادلة
الخطية $ص = أ س + ب$ حيث أ، ب ثوابت



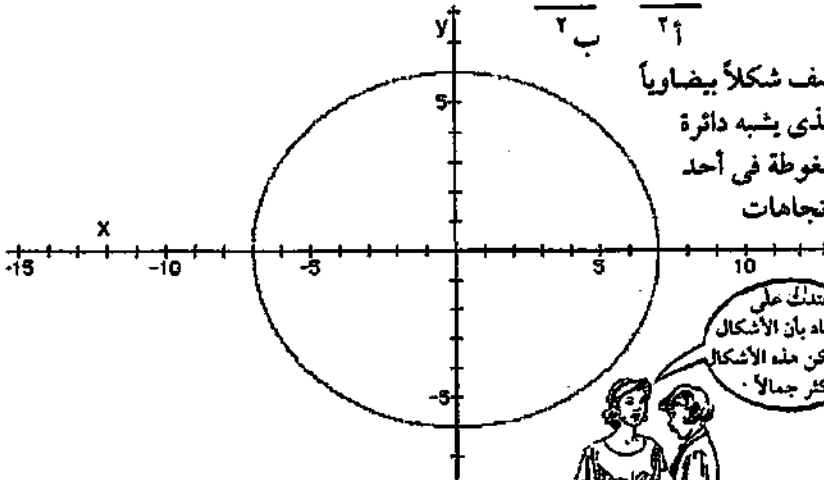
والمعادلة $ص = س^2$
نصف القطع المكافئ

... الذى يزداد
سريعاً لأعلى ..



$$١ = \frac{ص}{٢} + \frac{س^٢}{٢}$$

فتصف شكلاً بيضاوياً
والذى يشبه دائرة
مضغوطة فى أحد
الاتجاهات



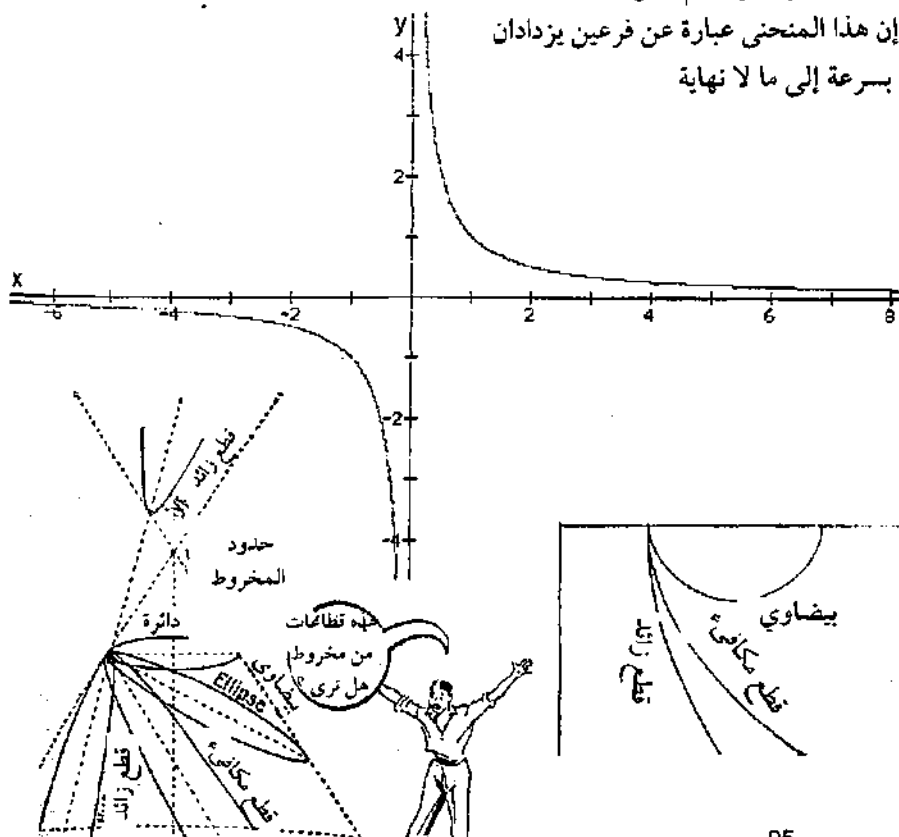
الاعتكاف على
الاعتقاد بأن الأشكال
مملة ولكن هذه الأشكال
أكثر جمالاً ..





... وهي القطع الزائد الذي يتم تمثيله بواسطة المعادلة $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$. وإشارة السالب هي التي تقوم بكل أشكال الاختلافات حيث

إن هذا المنحنى عبارة عن فرعين يزدادان بسرعة إلى ما لا نهاية

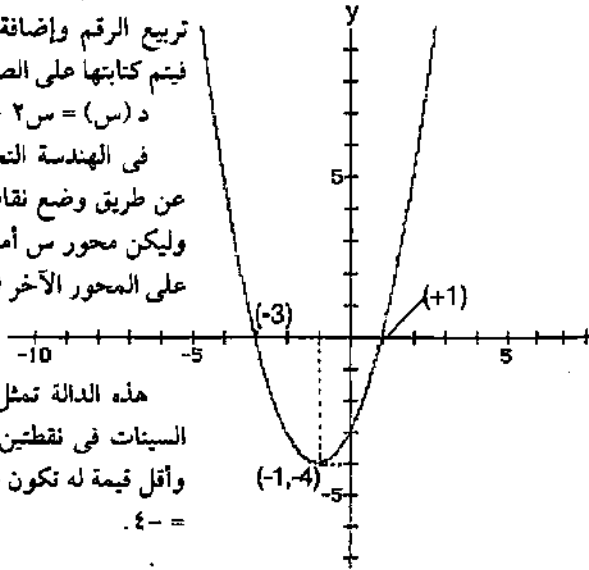


الدوال

تقوم الدوال بإظهار صورة اعتماد أو علاقة متغير ما بمتغير أو متغيرات أخرى، فنقول إن y هي دالة في x أو أن y هي دالة في x و y . (نستخدم الحروف في آخر الأبجدية للتعبير عن المتغيرات، أما تلك في بداية الأبجدية فتعبر عن الثوابت في غالب الأحيان كما استخدمهم ديكارت).



لذلك إذا كانت قاعدة تعريف الدالة هي :
تربيع الرقم وإضافة ضعفه إليه ثم طرح ثلاثة
فيتم كتابتها على الصورة
 $y = x^2 + 2x - 3$
في الهندسة التحليلية يتم رسم هذه الدالة
عن طريق وضع نقاط x على أحد المحاور
وليكن محور x أما قيم الدالة المناظرة فتكون
على المحور الآخر (محور y).



هذه الدالة تمثل قطعاً مكافئاً يقطع محور
السينات في نقطتين $x = 1$ و $x = -3$
وأقل قيمة له تكون عند النقطة $x = -1$ و $y = -4$.

نسط الدوال
هى الدوال
الثابتة

وتأخذ هذه الدوال الصورة د (س) = أ .

وهذا يعنى أنه بغض النظر عن قيمة س

فإن الدالة دائماً تساوى أ .

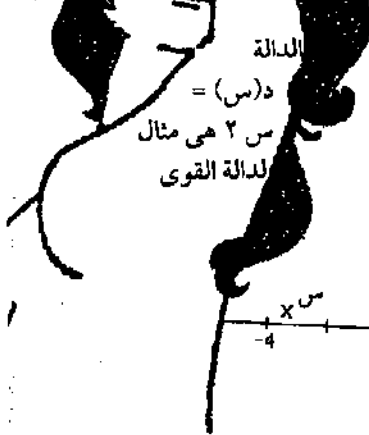
دالة القوى

تأخذ الصورة د (س)

= س ن حيث إن ن

(رقم اختيارى)

ولكنه ثابت

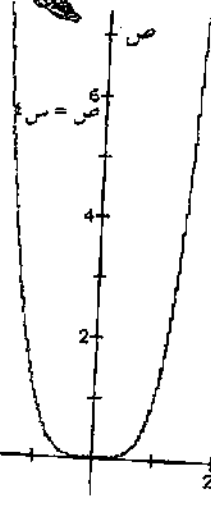
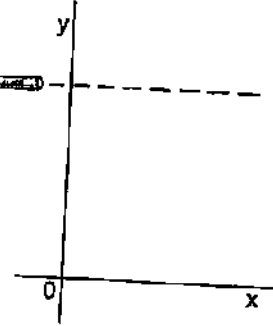


الدالة

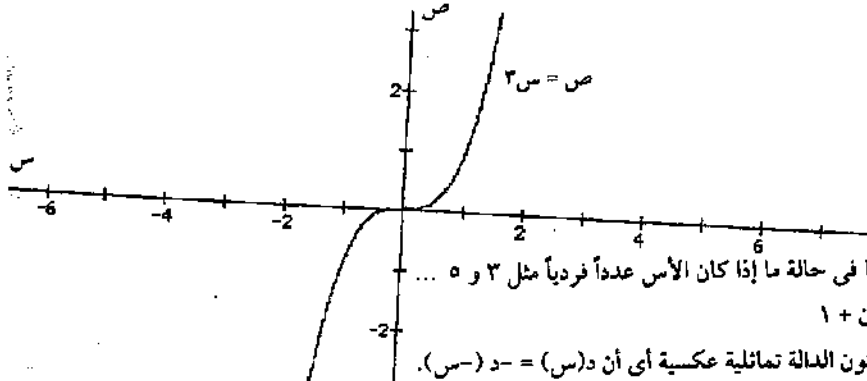
د (س) =

س ٢ هى مثال

لدالة القوى



فى حالة ما إذا كان الأس
زوجياً مثل ٢ و ٤ ... ٢
ن (قيمة ن أى رقم)
نكون الدالة تماثلية أى أن
د (س) = د (-س)



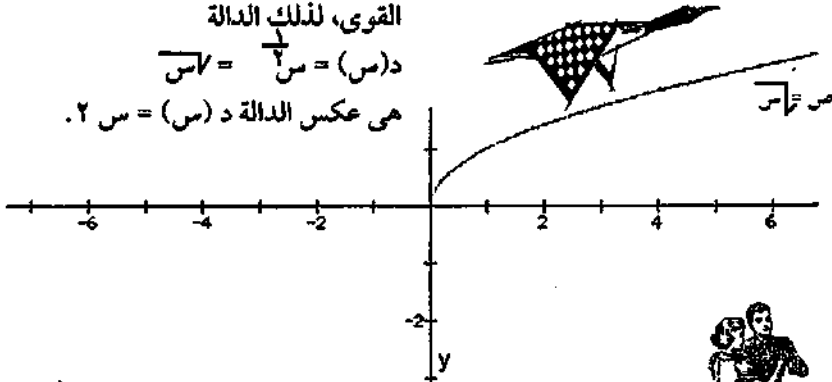
أما فى حالة ما إذا كان الأس عدداً فردياً مثل ٣ و ٥ ...
٢ن + ١
نكون الدالة تماثلية عكسية أى أن د (س) = -د (-س).

الدالة الجذرية هي عبارة عن «عكس» دالة

القوى، لذلك الدالة

$$د(س) = \sqrt{س} = \frac{1}{\sqrt{س}}$$

هي عكس الدالة د(س) = س².



الدالة كثيرة الحدود يتم تمثيلها بواسطة عدد من الثوابت أ، ب، جـ،

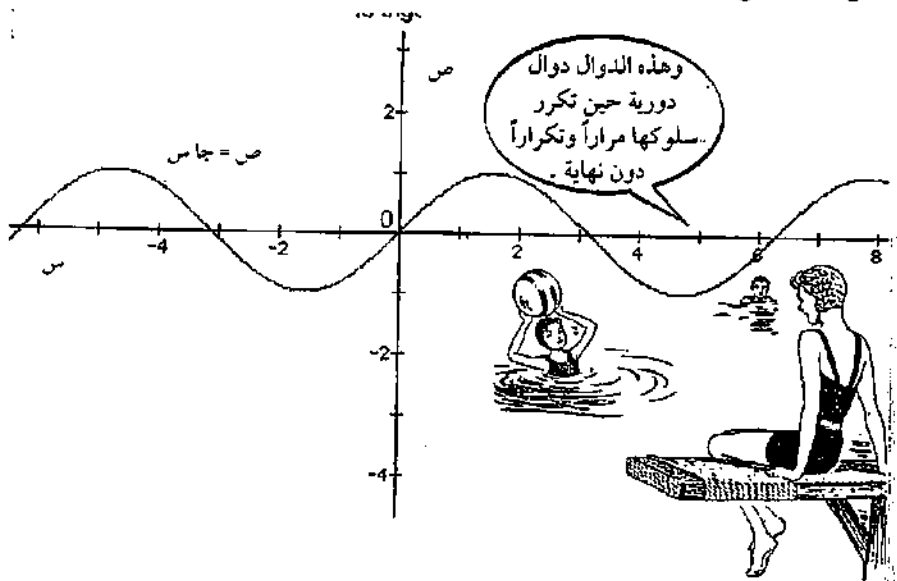
و، ... ومتغير واحد س الذي يتغير في أسسه. لذلك الدالة كثيرة

الحدود من الممكن أن تأخذ الصورة

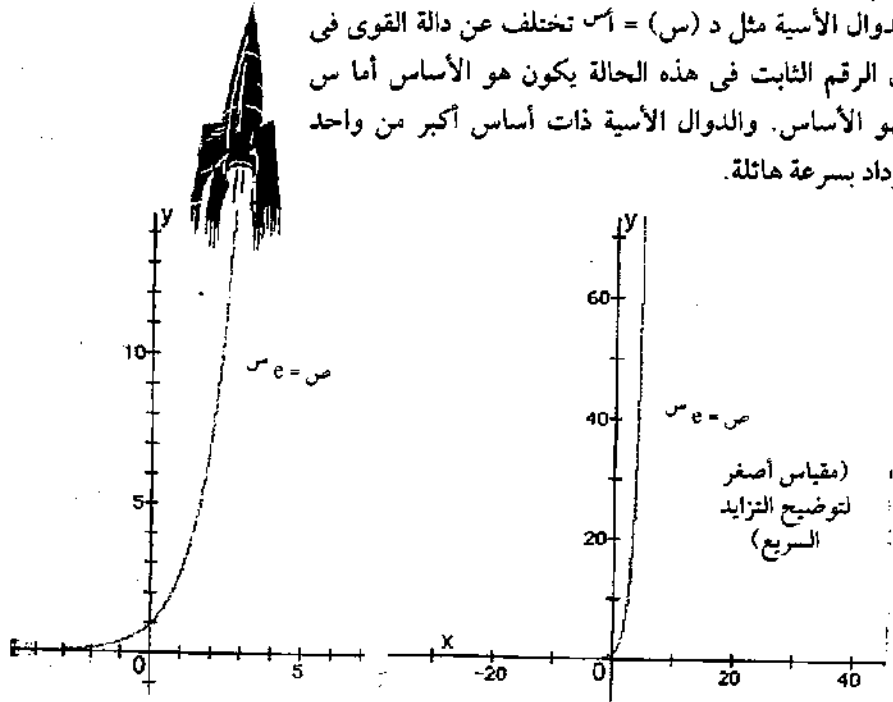
$$د(س) = أ س^3 + ب س^2 + ج س + د.$$



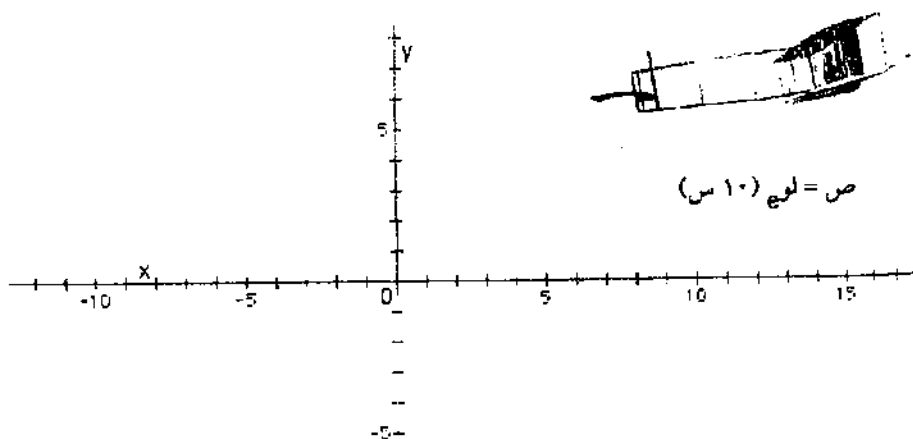
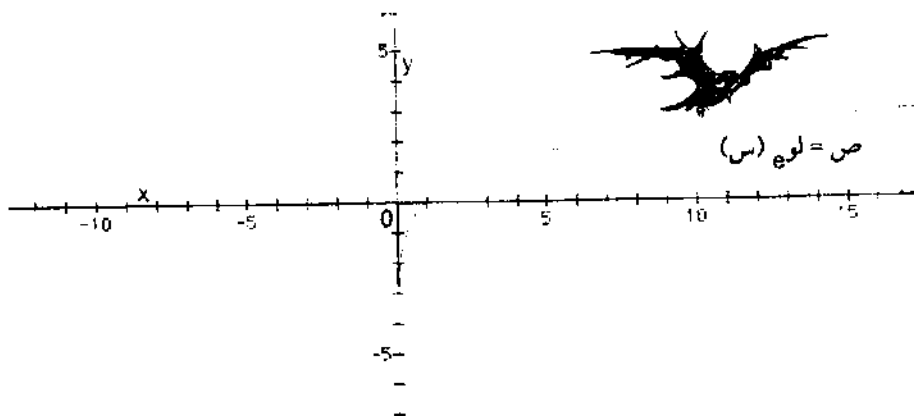
أما الدوال المثلثية فتستخدم النسب المثلثية مثل جا وجتا، وأحد هذه الدوال هي د (س) = جا س



الدوال الأسية مثل د (س) = e^s تختلف عن دالة القوى في أن الرقم الثابت في هذه الحالة يكون هو الأساس أما س فهو الأساس. والدوال الأسية ذات أساس أكبر من واحد تزداد بسرعة هائلة.



الدوال اللوغارتمية هي عكس الدالة الأسية وتكتب على الصورة $D(s) = \log(s)$ ؛
ويسمى الرقم أ بأساس اللوغاريتم. وتتزايد هذه الدوال تزايداً بطيئاً جداً. ومثال تلك
الدوال : $\log(10) = s$ ، $\log(s) + \log(10)$



واللوغاريتمات التي نستخدمها في الجداول لها أساس عشرة.
وفي الكمبيوتر (والذي يعمل بالحسابات الثنائية المبنية على
الرقمين صفر وواحد) يكون الأساس المناسب هو اثنان. وفي
حالة الرياضيات النظرية فإن الأساس المفضل هو :

$$e = 2.71828000...$$

وهذا هو «أبو كل الأساسات» والذي يمثل الدالة الأسية
 $D(s) = e^s$ والتي لها معدل تزايد مساو تماماً لحجمها.

الدوال
أدوات التحليل
الرئيسية التي
تستخدم في
التفاضل
والتكامل



التفاضل والتكامل



كانت أعمال ديكارت هي أوج عملية تحرير الجبر من الكلمات ، تماماً مثلما فعلت الهندسة اليونانية من تحرير الإنشاءات من الأرقام. وقد انطلق تطور الجبر بمجرد أن وضع ديكارت صيغة لوصف العلاقات الجبرية . وخلال أربعين عاماً من نشر الهندسة الجبرية لديكارت قام العالم الرياضى الفيلسوف الألمانى جونفريد ويليام فون لينز (١٦٤٦ - ١٧١٦) بابتكار جبر للانهاية. وهذا هو ما نسميه التفاضل والتكامل وهو أداة فعالة فى تحليل النمو والتغير بصفة عامة.



مكان الجسم المتحرك : س
السرعة أو الجريان : س'

نيوتن

المتغير س

الدالة د (س)

المنحنى ص = د(س)

ميل المماس = المشتقة

د'(س) = $\frac{d}{ds}$

س

المساحة تحت المنحنى بين

نقطتين س = أ و س = ب

د (س) = \int_a^b س

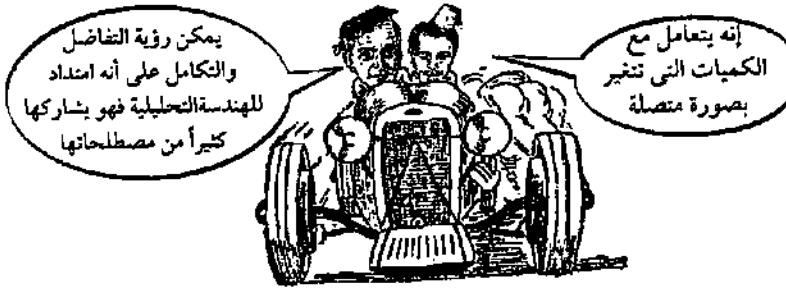
لينز

أما السير إسحق نيوتن (١٦٤٢ - ١٧٢٧) فقد قام باكتشاف مماثل لذلك فى فترة سابقة نوعاً ما ولكنه قام فقط باستخدام ملاحظات ديكارت فى صورة موسعة بدلاً من الإضافة إليه لذلك فإن الصورة التى وضعها لينييز للتفاضل والتكامل هي الصورة السائدة هذه الأيام. لذلك فإن الفيلسوفين ديكارت و لينييز هما اللذان وضعا الأفكار والملاحظات التى شكلت الرياضيات بعد ذلك.



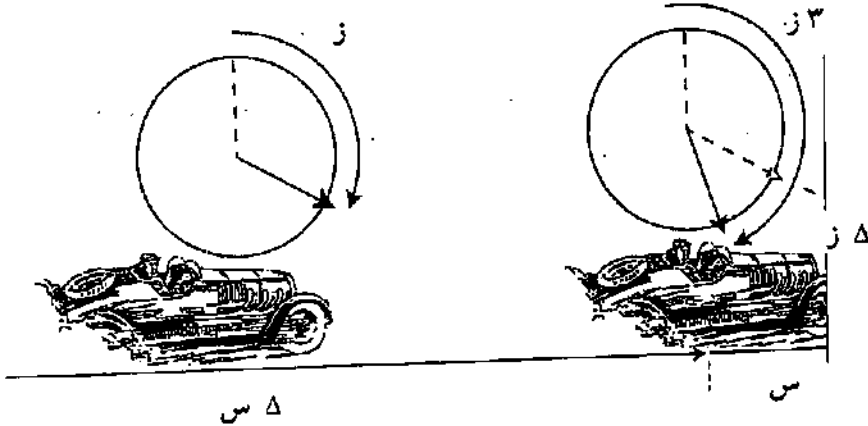
سر التفاضل والتكامل
يكمن فى توحيد نوعين من
المسائل التى لم يسبق لها أن ارتبطت،
والتي نسميها الآن التفاضل أو الاشتقاق
والثانية التكامل

التفاضل



عملية إيجاد كيفية تغير كمية ما تسمى التفاضل، فعندما نقوم بتفاضل دالة ما فإننا نحصل على معدل تغيرها .

فإذا أخذنا في الاعتبار مركبة تسير في طريق ما ، فإننا نجد أن موقعها يتغير بصورة متصلة على طول الطريق. وعند أي زمن z يكون موقعها s متمثلاً بواسطة الدالة المتصلة $s(z)$.



- ٢- مع استمرار المركبة في الحركة فإن موقعها سيتغير وليكن هو $s + \Delta s$ وذلك بعد مرور برهة من الوقت Δz .
- ٤- تصل هذه المركبة إلى موقعها الجديد بعد مرور وقت عبارة عن مجموع الوقت الابتدائي z بالإضافة إلى البرهة Δz أي أن الوقت الكلي هو $z + \Delta z$.

ما هي السرعة المتوسطة أو بعبارة أكثر فنية ما هي السرعة الاتجاهية المتوسطة لهذه المركبة ؟ هي عبارة عن المسافة المقطوعة مقسومة على الوقت اللازم لقطع هذه المسافة

$$\text{أي أنها : } \frac{\Delta s}{\Delta z} = \frac{s(z + \Delta z) - s(z)}{\Delta z}$$

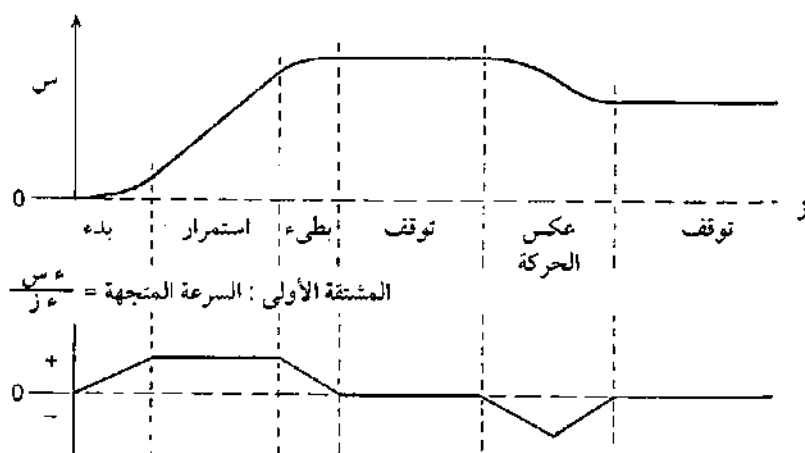
وإذا افترضنا أننا نريد أن نعرف سرعة أى جسم متحرك عند أى لحظة z أو معدل تغير s عند زمن معين z ، نستطيع أن نحسب ذلك عن طريق تقليل الزيادة فى الزمن Δz بقدر الإمكان حتى نصل إلى الصفر. وفى هذه الحالة فإن نهاية السرعة المتوسطة $\frac{\Delta s}{\Delta z}$ عندما نقول Δz إلى الصفر نعرف بالسرعة المتجهة اللحظية، وتكتب على الصورة:

$$\frac{ds}{dz} \text{ وتُعرف باسم مشتقة } s.$$

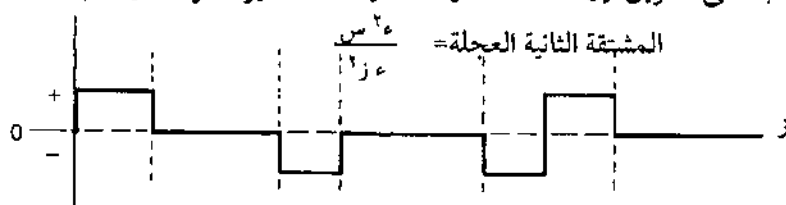




وإذا قمنا برسم s كدالة في z فإن المشتقة تعبر عن ميل المماس للمنحنى عند z .



ويمكننا أيضاً القيام باشتقاق المشتقة لنحصل بذلك على المشتقة الثانية، وفي مثالنا هذا للمركبة على الطريق فإن المشتقة الثانية: تعطينا معدل تغير السرعة أو العجلة.



التكامل



أما الطريقة الثانية فتم معالجتها عن طريق رسم أوتار تمر بتلك النقطة.

ونتم معالجة الطريقة الأولى بواسطة طرق تجزئ خاصة.

وبمجرد فهم أن المنحنيات هي عبارة عن رسومات للدوال فإن مسائل المساحة يمكن أن ترى بوجهتى نظر مختلفتين. ففى إحدى الطرق يمكن تجزئ المساحة بواسطة شرائح رفيعة رأسية أما الطريقة الأخرى فتعتبر أن المساحة هي دالة جديدة والتي لها مشتقة تساوى الدالة الأصلية. وعلى ذلك فإن هناك طريقة واحدة تتضمن المشتقة وممعوسها يمكن أن تقوم بحل كلا نوعى المسائل.



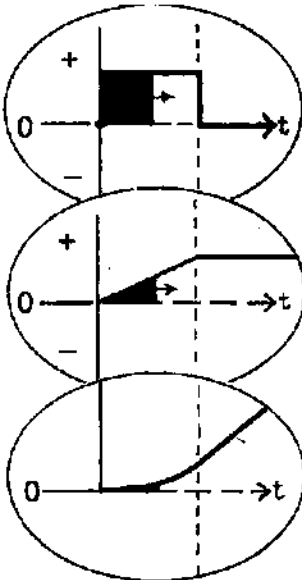
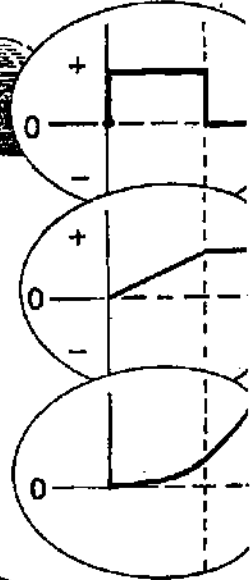
ويمكننا توضيح مدى فاعليتها باستخدام مثال المركبة التى تتحرك على طريق ما والأشكال الثلاثة للمسافة والسرعة والمجلة. وبدلاً من البدء بدالة المسافة تم القيام بأشتقاقها دعنا نبدأ بالمشتقات ونعود بطريقة عكسية إلى دالة المسافة.





فى البداية ، على الجانب الأيسر من الشكل ، نجد أن المعجلة موجبة والسرعة تزداد تماماً كما نبدأ بتحريك المركبة ، ونلاحظ أن المعجلة الثابتة تؤدي إلى تكون منحنيات للسرعة على هيئة خط مستقيم، ومنحنى للمسافة على هيئة منحنى (أو قطع مكافئ).

والآن لاحظ مرة ثانية أن النقطة التي تتحرك بمرور الزمن على طول المحاور تقوم بعمل مساحة فى المنحنيين

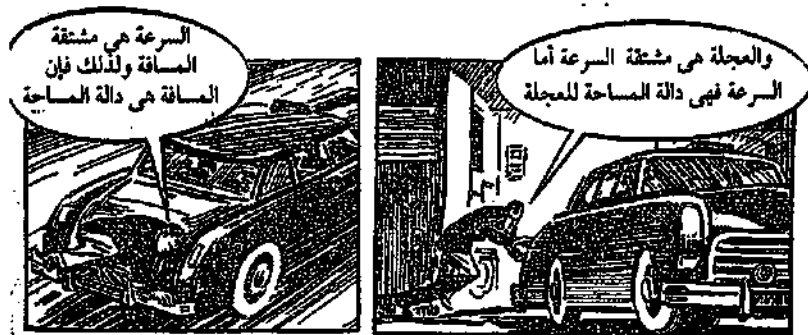


السفليين ، وهذا هو مفتاح فهم التكامل بأكمله ، لذلك راقب جيداً عن قرب.

بالنسبة لمنحنى المعجلة نلاحظ أن المساحة المتزايدة تقوم بمسح مستطيل وتزداد مساحته تناسيياً مع الوقت المقطوع ، وهذا تماماً هو نفس سلوك منحنى السرعة !

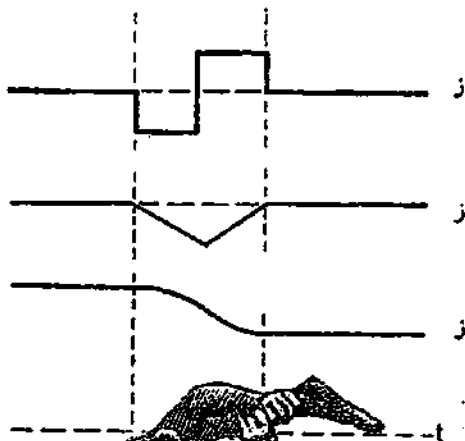
وبالنسبة لمنحنى السرعة فهو يمثل مثلاً متزايداً وتزداد مساحته فى البداية ببطء ثم بعد ذلك بسرعة أكبر، وذلك هو نفس سلوك منحنى المسافة !

والذى نستنتج من ذلك أنه إذا كانت دالة ما هي مشتقة دالة أخرى فإن هذه الدالة الثانية هي دالة المساحة للدالة الأولى.



وتستطيع محاولة هذه العملية بنفسك عن طريق ملاحظة ما يحدث عندما تعكس السيارة حركتها على الطريق، في هذه الحالة تكون المعجلة سالبة مما يؤدي إلى تكون مساحة سالبة (أسفل محور الزمن) وبالتالي تتجه السرعة إلى القيمة السالبة بمعدل ثابت. ونلاحظ أن المسافة تتناقص حيث يتم تمثيلها بقطع مكافئ مقلوب.

وعند توقف السيارة فإن المعجلة تكون مساوية للصفر وكذلك السرعة وتأخذ المسافة قيمة ثابتة.

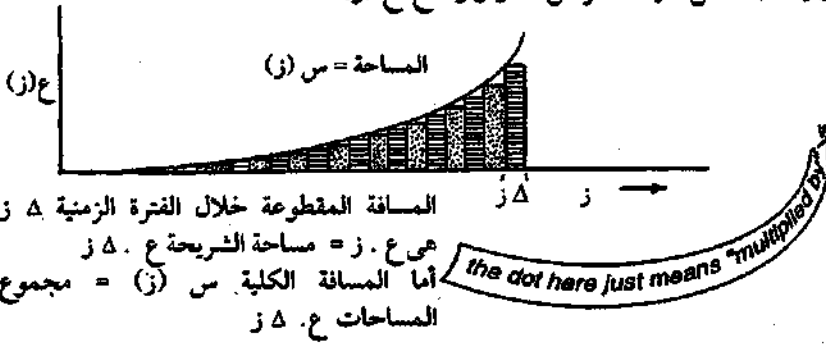


إذا كنت مشغولاً
بتمديدات التفاضل والتكامل
- فلا تزجج من ذلك فهو يبدو
صعباً في البداية!





فإذا بدأنا بمنحنى السرعة $v(t)$ وتخيّلنا أن المساحة أسفل هذا المنحنى عبارة عن
شرائح رفيعة جداً كل منها له عرض Δt وارتفاع $v(t)$.



وكل من تلك الفترات تقوم
بوصف المسافة المقطوعة بسرعة
ثابتة v خلال الفترة الزمنية Δt

وبذلك فإن المساحة الكلية تحت المنحنى
هي مجموع (كل الشرائح) $v \cdot \Delta t$

والآن، كما قلت أنا،
إذا كانت الفترة الزمنية متناهية في
الصغر لكي تتوافق تماماً مع منحنى
السرعة وتأخذ القيمة v فإن
المجموع يتحول إلى الرمز
الخاص...

ليبنيز





لكى نرجع إلى التعريف السابق وهو عكس المشتقة فإن كل ما نحتاج تخيله هو الشريحة الرقيقة السابقة وهي Δ س نفسها.

وحيث إن Δ س = ع . Δ . ز .

$$\text{فإن } \frac{\Delta \text{ س}}{\Delta \text{ ز}} = \frac{(\text{ع} . \Delta \text{ ز})}{\Delta \text{ ز}}$$

$$\text{ولذلك فإن } \frac{\text{ع} . \Delta \text{ س}}{\Delta \text{ ز}} = \text{ع} (\text{ز})$$

وعلى ذلك فإن مشتقة الدالة المتكاملة التي تم تعريفها من خلال مجموع الشرائح هي نفسها الدالة التي تُعبر مساحتها عن الدالة المتكاملة.

والآن من السهل أن نوجد مشتقات الدوال سواء إذا كان بصورة جبرية أو بواسطة بعض الدوال. ولإيجاد الصورة الجبرية لدالة المساحة فإننا نقوم بالبحث عن تلك الدالة التي تُعبر مشتقتها عن الدالة الأصلية ويتم اختزال المسائل التي تختص بدراسة خواص المنحنى ككل إلى مسائل أبسط تدرس خصائص المنحنى عند نقطة.





وقد تم تطبيق التفاضل والتكامل في مجالى الميكانيكا والفلك.
وأدى استخدام المعادلات التفاضلية فى الفيزياء إلى نشأة الفيزياء الرياضية،
وبمساعدها فقط استطعنا أن ندرس علوم الحرارة والطاقة والكهرية والمغناطيسية.
ويعتمد العلم الحديث،والذى يدعم التكنولوجيا المتقدمة، بصورة مباشرة تماماً على
التفاضل والتكامل.

أسئلة بيركلي

ماذا عن هذه الزيادة الصغيرة ولغز كيفية وصولها للصفر ؟ سأل الناس هذا السؤال في وقت نيوتن وليبنيز وكانت الإجابة غير مرضية عند ذلك قام الفيلسوف

لقد لاحظت أن خارج
القسم له معنى فقط إذا
كانت هذه الزيادة الصغيرة لا
تساوى الصفر. وإلا فإننا نقوم
بالقسمة على الصفر وهذه
عملية غير منطقية



والأسقف الإنجيلي
الآيرلندي جورج
بيركلي بطرح
الأسئلة في صورة
حادثة جداً.



لكل الزيادة
الصغيرة دائماً لا تساوى
الصفر أم هي تساويه تماماً
أم أنها هي أشيخ كمية
متلاشية؟

وبغض النظر
عن ذلك يا فتى يا فتى
السيد نيوتن عرضه
للهجوم.



وكان هدف بيركلي هو توضيح أن الملحدين الذين طالبوا بسرعة إحلال الألفاظ والخرافات الدينية بالعلم والعقل كانوا على درجة من الجهل العقائدي مثلهم مثل أسوأ علماء الدين. وقد سأل في افتتاحية كتيبه: «... هل أن الأهداف والمبادئ والتداخلات الموجودة في التحليل الحديث قد تم فهمها بوضوح وإثباتها بالدليل أكثر من الألفاظ الدينية ونقاط الإيمان؟» وكانت الإجابة واضحة بالنسبة له...

وقد اتجه علماء الرياضيات إلى الإجابة على الأسئلة التي وردت في كتيب بيركلي الذي أسماه «المحلل» وقد استخدم بيركلي هذه الإجابات ليواجه ارتباكاتهم بصرامة، وكان رده : إن دفاع أصحاب الأفكار الحرة في الرياضيات يعتبر عملاً أستاذياً في التحليل الحرج.



يتعلم الإنسان مبادئ
العلوم بالتناقل من شخص لآخر،
وكل متعلم يكتسب دفاعاً أقل أو أكثر مما سبقه بناءً
على خبرته، وخاصة المفكرين المبتدئين (حيث يحرص
القليل منهم على الإسهاب في توضيح المبادئ) بما في
ذلك نسبة كبيرة تميل بهم إلى الثقة: والأشياء المسلّم بها
كتيجة لتكرارها أصبحت شائعة : وهذا الشيوع يؤدي
إلى الإثبات مع مرور الوقت.

وقد حاول بيركلي أن يوضح أن تعلم حل المسائل في الرياضيات والعلوم لا يساعدنا بالضرورة على فهم ما يدور حوله. وقد توقع صورة البحث العلمي الذي تم تطويره بواسطة ت. س. كون الذي قام بوصف «العلوم العادية» كعملية تدريب على «حل الألفاظ» من خلال مثال (إطار التفكير) لم تتم الإجابة عليه وهو بالفعل لا يمكن الإجابة عليه طوال فترة عمله. وبالنسبة لكون العلم العادي في الواقع عبارة عن تدريب لأصحاب العقول الضيقة، وعملية تدريس العلوم (بما فيها الرياضيات) هي بالضرورة شيء جازم بدون دليل.



إله أويلر

كان العالم السويسري ليونارد أويلر (١٧٠٧ - ٨٣) أول من ربط بين الدوال الأسية والدوال المثلثية ووضع صيغة لعلاقتهم. كان لأويلر عبقرية غير عادية في الرياضيات وهناك الكثير من القصص حول براعته الفائقة. وكان أويلر موظفاً في بلاط قصر فريدريك ملك بروسيا حينما قابل الفيلسوف الفرنسي دينيس ديدروت (١٧١٣ - ٨٤) الذي كان ملحداً متعصباً..



ولا تحتوي الصيغة التي ذكرت في هذه القصة على شيء في مضمونها، ولكن قام أولر بتطوير معادلة من أجمل الصيغ في الرياضيات كلها، والتي تجعل من يتعرض لها أن يتوقف أمامها ويفكر فيها بالتأكيد.

والصيغة التي وضعها أولر هي تعبير لغزى مبهم والذي يقوم بربط الأرقام الخمسة الأساسية في الكون.



$$e^{\pi \sqrt{-1}} + 1 = 0 \text{ صفر}$$

$$ط = \sqrt{1+e} = \text{صفر}$$

وبالنظر إليهم بترتيب معكوس ، فأول ما
نقابله هو الصفر شبه الرقم ذو الصفة اللغزية.
بعدها نجد ١ ، الوحدة ، أساس كل الأرقام.
ثم يظهر لنا سالب واحد تحت الجذر
التربيعي ($\sqrt{1-}$ الذي يسمى «ت») وهو الوحدة
الأساسية في «الأعداد التخيلية» والتي أذهلت
العديد من الثقافات والحضارات. بعد ذلك نجد
أقدم الثوابت الرياضية ، ط ، الذي يقيس النسبة
بين محيط الدائرة وقطرها. أما آخر رقم وهو
أحدث ما تم اكتشافه ، الرقم المبهم ، e ، وهو
أساس النمو الأسى الطبيعي.
هل كان من الممكن استنتاج علاقة مثل هذه
بالتجربة أياً كان طول تكرارها؟



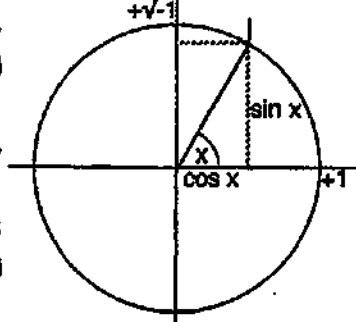
وفى الواقع، فإن صيغة أويلر الرائعة جداً قد نتجت من دالة (قد اكتشفها هو) تربط بين الأعداد المركبة والدوال المثلثية التي اكتشفها علماء الرياضيات المسلمون (انظر صفحة ٩١).

وقد لاحظنا أن الدالة e^{ix} لها منحنى يتزايد بسرعة كبيرة، وعلى العكس فإن e^{-ix} يمثل دائرة نصف قطرها هذه الدائرة هو الوحدة أما x فهي الزاوية التي يصنعها الخط الواصل من نقطة الأصل إلى أى نقطة. وتزداد قيمة x من صفر إلى 2π مع تحرك النقطة على الدائرة. ولكن إذا نظرنا إلى هذه الصيغة من وجهة نظر حساب المثلثات نجد أن $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ هو عبارة عن

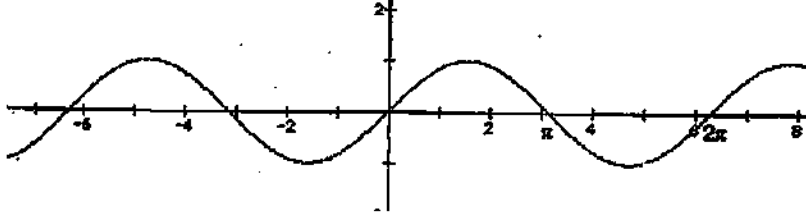
عدد مركب الجزء «الحقيقي» فيه هو جتا x أما الجزء «التخيلي» فهو جا x .

لذلك يمكننا كتابته $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ حيث x هو الرمز الشائع لـ 2π .

ماذا لو انحدرت النقطة على الدائرة مرة أخرى، نجد أن الزاوية x تستمر في الزيادة، هذا يعنى أن الدوال e^{ix} و $\cos x$ و $\sin x$ تستمر في تكرار



نفسها. ويقال إن هذه الدوال دوال دورية. ويتم تمثيل منحنى e^{ix} على الصورة : ويشابه هذا العديد من الظواهر التي إما أن تكون تبادلية بالنسبة للزمن مثل التيار الكهربى ، أو الموجات المنتشرة فى الفضاء مثل الصوت. ودوال الجيب وجيب التمام هى الوحدات



البنائية فى كل صور الموجات المعقدة التى تحمل رسائل ما. والقيام بالرياضيات بواسطة دوال الجيب أو جيب التمام عن طريق استخدام الصيغة «الأسية التخيلية» تقوم بتحويل الحسابات المرهقة إلى تمرينات مرتبة وسهلة.



علوم الهندسة اللا إقليدية

وبعد ذلك أصبح هذا النظام أساساً لمرحلة عظيمة في تاريخ التخيل الرياضى وهى ابتكار الهندسة اللاإقليدية .

وقد تم ابتداء هذه الهندسة بواسطة العديد من الأشخاص، ولكن أول من قام بذلك لم يكن يعرف أنه يسير فى اتجاه هذه الهندسة . كان هذا هو عالم الرياضيات المسيحى ج ساكشيري والذي نوى أن ينهى كل هذه المراوغات نهائياً. وقد حاول فى كتابه «تحرير كل العيوب بواسطة إقليدس» فى عام ١٧٣٣ أن يوضح أنه من المستحيل التعامل مع الهندسة بدون «فرض التوازى».

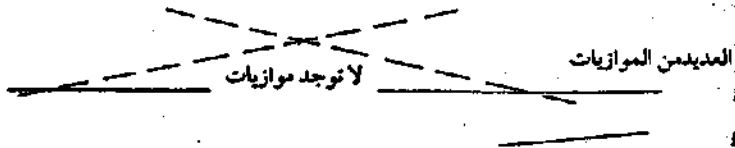


رأينا أن إقليدس استتج كل هندسته من «ملاحظات شائعة» قليلة «وافتراضات» ذاتية الدلائل، ولكن واحدة من هذه الافتراضات والتي تختص بالخطوط المتوازية تبدو مشابهة للنظرية لدرجة كبيرة . وقد شكل نظام إقليدس هذا ارتباطاً على مر العصور غير أنه قابل شكوكاً فى صحته واكتماله.



ولم يكن هناك أى شيء خطأ فى النتائج، وتم تكرارها فى وقت لاحق بواسطة المخترعين الحقيقيين الذين كانوا يعرفون ماذا يفعلون. هناك العديد من الطرق التى يتم بها التعبير

عن مبدأ التوازى. وبالنسبة لنا فتكون طريقة التعبير كالتالى : إذا أخذنا فى الاعتبار خطاً مستقيماً وكانت هناك نقطة خارجة عنه فإنه يوجد خط واحد وواحد فقط يمر بهذه النقطة ويتوازى ذلك الخط فى نفس الوقت ، وإذا لم يتم قبول هذا التعريف تكون النتيجة : إما أن يكون لدينا أكثر من خط يحمل هذه الخاصية أو ألا يكون هناك أى خط على الإطلاق يتوازى الخط الأول.



فى البداية تم التحقق من فكرة العديد من الموازيات بواسطة كل من عالم الرياضيات المجرى جانوس بولاي (١٨٠٦ - ٦٠) وعالم الرياضيات الروسى نيقولاى لوبا شيفسكى (١٨٥٦ - ١٧٩٢) كل على حدة وفى ذات الوقت تقريباً . وبعد ذلك قام العالم الألمانى جورج ريمان (١٨٢٦ - ٦٦) بالتحقق من فكرة عدم وجود موازيات . وفى النهاية تم التحقق من أن هذا النوع من الهندسة من الممكن أن يتم بواسطة إنشاءات فى أنواع خاصة من الأسطح . فبالنسبة لهندسة ريمان تعتبر الكرة مثلاً جيداً إذا اعتبرنا أن الخط عبارة عن دائرة عظمى ، وهو المنحنى على سطح الكرة الناشئ عن تقاطع مستو يمر بمركز الكرة مع سطحها . ويلاحظ أن أى دائرتين عظميين تتقاطعان فى نقطتين وعلى ذلك فلا يوجد أى موازيات .

لوبا شيفسكى



بولاي



بالنسبة لهندستنا فإنه من الصعب توضيح السطح

إنه يشبه شكل البوق الذى يتكون نتيجة دوران منحنى حول خط

والخط هو أقصر مسافة بين نقطتين . وقد اتضح أن هناك العديد من الموازيات ، وهى الخطوط التى لا تتلاقى أبداً مع ذلك الخط . وقد وضع اعتياد الناس على علوم الهندسة اللاإقليدية ضعف المقولة بأن الرياضيات تخبرنا بالحقائق المنطقية . ولكن هذا التفكير التطورى أخذ وقتاً طويلاً لكى يتلاءم معه الناس .

الفضاءات نونية (*) الأبعاد

هناك تطور آخر معاكس للبديهية في الهندسة وهو دراسة الفضاء الذي له أبعاد أكثر من ثلاثة . وامتداد نظام ديكارت للهندسة الجبرية بحيث يتم وضع أبعاد أكثر وضوحاً ومباشرة. فبدلاً من أن يتم التعبير عن موقع نقطة في المستوى بواسطة الأبعاد (س، ص) يتم التعبير عنها في هذه «الفضاءات الزائدة» بواسطة الأبعاد (س₁ ، س₂ ، س₃ ،، س_n). وبالطبع تختلف خصائص المنحنيات في هذه الفضاءات الزائدة عن تلك المرسومة في بعدين أو ثلاثة، ولكن الاعتقاد بوجود تلك الفضاءات متعددة الأبعاد لا يشكل أى صعوبة بالنسبة لنا في هذه الأيام.



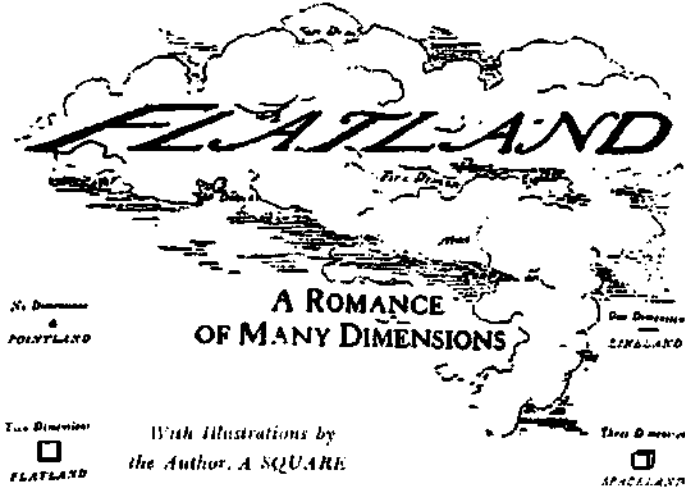
في العصر الفيكتوري كان الأمر مختلفاً جداً.

(*) لها عدد ن من الأبعاد في الغالب يكون أكثر من ثلاثة. (المترجم).

وتتمت كتابة عمل جيد عن الخيال الرياضى والنقد الاجتماعى يهتم بهذه الفكرة وهو يسمى «الأرض المستوية Flatland» وهذا العمل يصف مجتمعاً من الأشخاص الفعليين الذين يعيشون فى مستوى ، وهذا مشابه تماماً لفترة العصر الفيكتورى حيث كانت حالة الفرد الاجتماعية تعتمد على عدد «جوانب الشخص Person's sides» حيث كان للطبقة العليا أربعة جوانب وللأرستوقراطيين العديد والعمال ثلاثة، أما النساء فكانت لهم مجرد إبرة!

وكان «المربع» البطل الذى لديه خبرة بالأبعاد الثلاثة من خلال علاقة الصداقة التى تربطه بالكرة . وكان هذا الكائن يظهر لسكان هذه الأرض كل خمسمائة سنة على هيئة دائرة التى تبدأ من نقطة ثم تنمو ليزداد حجمها وبعد ذلك تتضاءل ثم تختفى. والذى لم يكن مفهوماً بالنسبة لقاطنى هذا المكان هو الكرة التى تمر عبر مستواهم. فهذه الكرة تصادف المربع وتأخذه فى رحلة عبر الفضاء وتعرض عليه الأرض الخطية والأرض النقطية الأهل بمخلوقات راضية نوعاً ما. ونقوم كذلك بإطلاعه على الحياة الخاصة لسكان الأرض المستوية. ويعانى المربع كثيراً فى رحلة عودته حيث إنه يحاول أن يصف الفضاء ولكنه يعجز عن توضيحه لأصدقائه ، الذين يظنون أنه منزعج.

"O day and night, but this is wondrous strange!"



وفى النهاية لم أصبح
موهوماً بالكائنات
التي لها أبعاد أعلى!

إيفاريست جالوا

فى أثناء القرن التاسع عشر ازدادت قوة وعمومية العبر، فقد أصبح متصلاً فى شكلية وصياغته. وبالتدريج بدأت فكرة أن أنظمة الصياغة تستطيع أن تشير إلى أشياء أخرى غير الأرقام والعمليات الحسابية عليها. وقد تم اتخاذ خطوة للأمام فى هذا المجال بواسطة العالم الرياضى الفرنسى إيفاريست جالوا (١٨١١ - ٣٢) وهو بدون شك واحداً من أهم الشخصيات البارزة فى تاريخ علم الرياضيات. وقد كان واحداً من الجمهوريين الغيورين فى وقت فيه العديد من الصراعات السياسية. وقد كان ضحية عوامل الغضب الثورية، وقد قتل فى ريعان شبابه وعمره ٢١ سنة. وفى آخر ليلة قبل وفاته قام بكتابة مخطوطة نحتوى على كل أفكاره. وقد اختفت هذه المخطوطة فى البداية ثم بعد ذلك ظهرت ونُشرت بعد خمسة عشر عاماً من وفاته.

وقد قام جالوا بمناقشة مشكلة قديمة وهى إيجاد جذور المعادلة الخماسية $x^5 + \dots = 0$ صفر. وفى وقته اجتمعت كل الآراء على استحالة هذه العملية ولكن لم يقم أحد بإثبات ذلك.



المجموعات

المجموعات هي تكوينات رياضية يتم تعريفها بواسطة عناصر وبعض قواعد الاندماج. ويمكن اعتبارهم أنهم أنظمة حسابات ولكن بدون أرقام، فلا توجد علاقة بين عناصر تلك المجموعات وبين القياس أو العد وكذلك فهي ليست أرقاماً بالمعنى الطبيعي للكلمة. وقد أوضح جالوا أن هناك تنبهاً من العمليات التي تسلك نفس سلوك الجمع.



وهذه التتابعات لها القليل من الخصائص التي تُعرفها.

- ١- لكل عنصرين يوجد عنصر ثالث ينتج من اندماجهم، مثل: $2+2=4$.
- ٢- هناك عنصر يسمى بعنصر «الوحدة» وهو لا يغير العنصر الذي يندمج معه مثل: $2+0=2$.
- ٣- كل عنصر له «معكوس» والذي عندما يندمج معه ينتج عنصر الوحدة مثل: $2+(2-)=0$.



وكمثال لأحد المجموعات ، وهي أحد الأمثلة البسيطة جداً التي قدمها جالوا ، نأخذ في الاعتبار الأربعة أشكال المسماة.



وهذه ليست عناصر المجموعة ، ولكن عناصر المجموعة تتكون من عملية تدوير هذه الأشكال الأربعة. وإذا تخيلنا عملية تدوير بينهم إما عن طريق تدوير واحد فقط

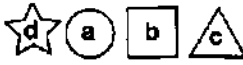


مثل :



أو اثنان مثل :

أو ثلاثة مثل :

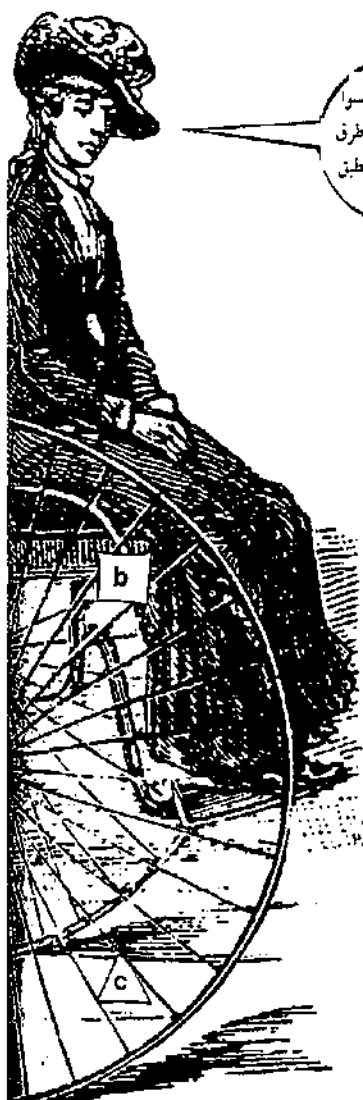


إذا قمنا بالتدوير بواسطة أربعة أماكن فإننا نرجع إلى الوضع الأول وهذا يعتبر عنصر الوحدة

تدوير
خفية في
الدورة



وإذا أسمينا عمليات التدوير هذه I, C, B, A فإن $C+A$ يعتبر تدوير $1+3$ أماكن أو 4 أماكن وهو مساو لعنصر تدوير الوحدة I! ومن الممكن أن نكون جدولاً لجمع هذه العناصر بكل الصور.



بالرغم من أنهم ليسوا
أرثاماً ولكن هناك طرق
حسابية يمكن أن نطبق
عليها

	I	A	B	C
I	I	A	B	C
A	A	B	C	I
B	B	C	I	A
C	C	I	A	B

وبالرغم من أن هذا المثال تافه إلى حد ما إلا أنه يحتوي على فكرة فعالة ، وهي أن علماء الرياضيات من الممكن أن يلاحظوا أى نظام عمليات عن طريق «جدول الجمع» . ونحن لسنا بحاجة إلى أمثلة إما في الحالة الفيزيائية مثل الحركة أو الجبرية مثل جذور المعادلات. وهذا الهيكل البنائي يقوم بتعريف نفسه ، ومثل هذه الهياكل البنائية والتي لا يلزم أن تكون مجموعات ومن الممكن أن نجد مجموعات اندماج أخرى وربما تظهر جداول لعملية الضرب أيضاً.

العمليات الجبرية على الفئات

بعد ذلك تمت دراسة أنواع أخرى من العمليات ، وأشهر تلك العمليات قام بتطويرها عالم الرياضيات البريطاني جورج بول (١٨١٥-٦٤) . وقد سمع بول بتطبيق الطرق الرياضية لكيونات غير كمية مثل الافتراضات المنطقية.

فمت، بتواضع، بتسمية مجهوداتي تلك بـ «قوانين الفكر».

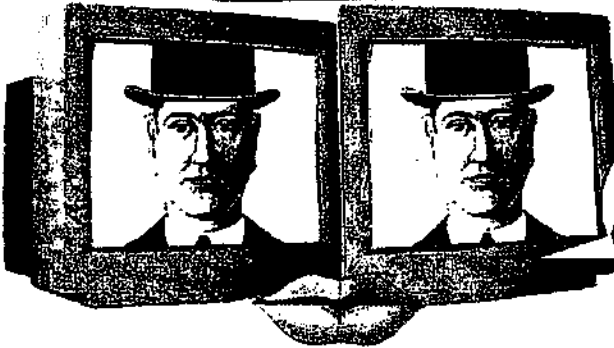
وفي صيفته الحديثة، يسمى الفرع «بالعمليات الجبرية على الفئات».

يتضمن ذلك عملية «الاتحاد» (والفئة الناتجة تحتوي على مكونات كلتا الفئتين).

لا أفضل أن أفقد أى عنصر خلال هذه العملية والإلا...

والتقاطع (وتحتوى الفئة الناتجة على العناصر الموجودة فى الفئتين فقط).

يتم استخدام العمليات الجبرية على الفئات عندما نقوم بعمل اختيار ما بين عدد من المزايا، ويحدث ذلك عندما نقوم ببحث على الإنترنت.



لنفترض أننا نبحث عن Hot Cross Buns فإننا نقوم بكتابة الكلمات الاسترشادية.

Hot Cross Buns

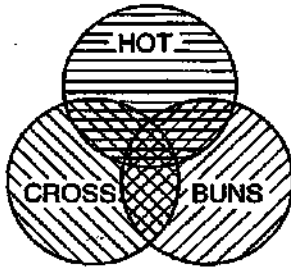
ويقوم محرك البحث بسؤالنا عما إذا كنا نريد المواقع التي بها

كل الكلمات الاسترشادية

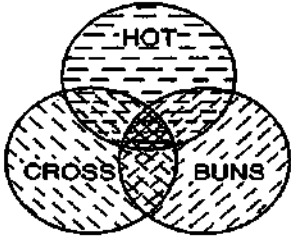
أو

أي الكلمات الاسترشادية

والاختيار الأول يعطينا كل المواقع التي تحتوي على Hot أو Cross أو Buns ويتم تمثيل ذلك بواسطة أشكال «فن» على الصورة :



ويعني هذا بلغة الفئات (Hot) + (Cross) + (Buns). وهذا يعني أنه يولد الكثير من المواقع التي لها الكثير من الاهتمامات وهي ليست بالضرورة ذات صلة بما نريد. ولكن إذا كنا نريد "Hot Cross Buns" فقط فهذا يعني أننا سنحصل على المواقع التي تحتوي على كل من Hot و Cross و Buns ويصبح شكل فن في هذه الحالة :



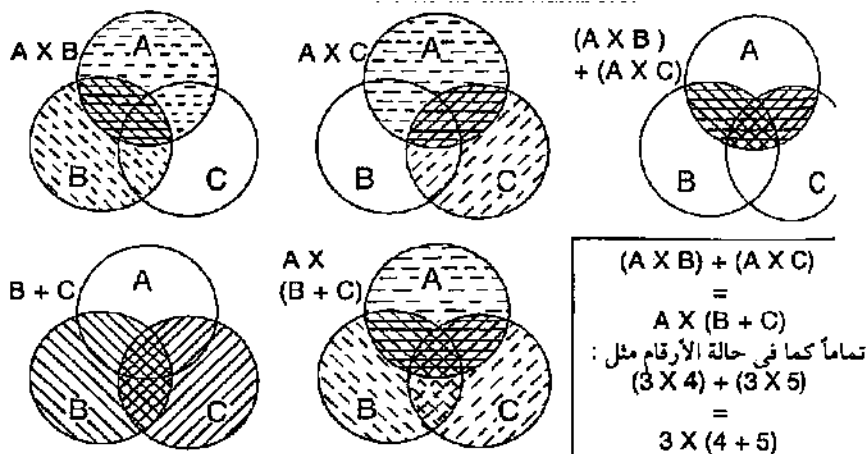
والذي يعني بلغة الفئات (Hot) × (Cross) × (Buns) لذلك سنحصل على "Hot Cross Buns" ولا شيء غيرهما.



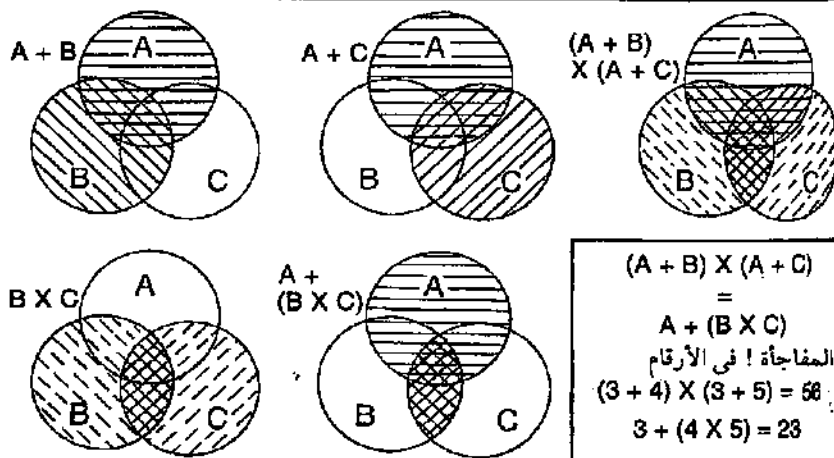
والعمليات الجبرية على الفئات شيقة جداً وذلك لأنها على عكس الحسابات تحتوى على نوعى علاقات «التوزيع».

$$C + A = (C \times B) + A \quad \text{وكذلك} \quad C \times A = (C + B) \times A$$

والحالة الأولى تتماشى مع الحسابات العادية ولكن الثانية لا تتماشى . أما فى حالة الفئات حيث تعنى "X" التقاطع و "+" اتحاد تتماشى كلتا الحالتين من خلال التوضيح المبين بواسطة «أشكال فن» وها هو «قانون التوزيع» الذى يتحقق بالنسبة للأرقام.



والآن وللمفاجأة



ومثل هذه الأمثلة أعطت علماء الرياضيات مدى فهم عظيم لتخليهم. فالحسابات التى يقوم بدراستها علماء الرياضيات أصبحت متزايدة فى اختلافها عما نعرفه عن الأرقام.

كانتور والفئات

بينما انشغل البعض بالأرقام كان البعض الآخر مهتماً باللانهايات. والفئات الموصوفة بكونها لانهاية في الحقيقة ثم تركها للرموز الرياضية واللغزية.

وقد توجه عالم الرياضيات الألماني جورج كانتور (١٨٤٥ - ١٩١٨) إلى ترويض اللانهاية.



وضعت كيفية تكوين مثل تلك الفئات وقمت أيضاً بدمجهم.

وقد وضع مخططاً لعد الأرقام الكسرية عن طريق وضعهم في منظومة مثل هذه .

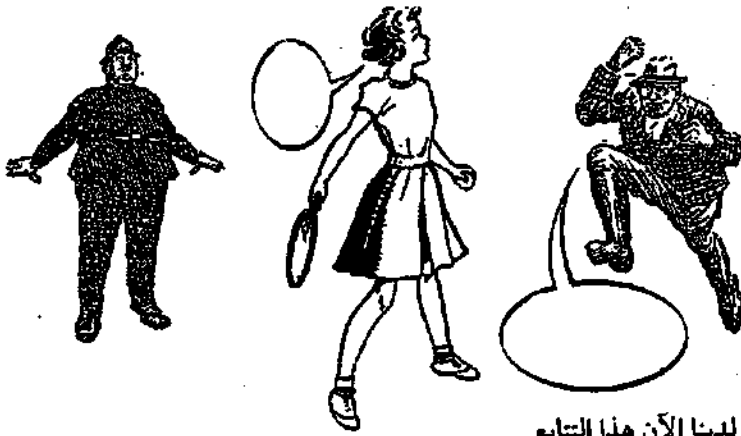
1/1	2/1	3/1	4/1	5/1	6/1
1/2	2/2	3/2	4/2	5/2	
1/3	2/3	3/3	4/3		
1/4	2/4	3/4			
1/5	2/5				
1/6					

وها هي القاعدة التي يتم من خلالها إحصاء كل الكسور .

لاحظ كيف تبدأ الأسهم ، في البداية من المربع في أعلى اليسار، ثم على طول القطر أسفل إلى اليسار ، من $\frac{2}{1}$ ثم $\frac{3}{1}$ وهكذا. وأثناء استمرارك لاحظ إذا كان هناك رقم قد تم عدّه بالفعل (مثل $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$) وقم بحذفه. أيضاً قم باختصار الكسور إلى أبسط صورة مثل $\frac{2}{2} = 1$.

هل هذا متأخر جداً للقيام بمزحة خباب الفرس؟





يتكون لدينا الآن هذا التسايع

$$1, 2, \frac{1}{2}, 3, \frac{1}{3}, 4, \frac{1}{4}, 5, \dots$$

ويبدو هذا وكأنك تقوم بتجميع الكسور التي يساوي مجموع بسطها ومقامها ٢ ثم ٣ ثم ٤ وهكذا على الترتيب وفي كل مرة تبدأ بأكبر رقم . وبهذه الطريقة سوف نصل إلى أى رقم كسراً كان أو صحيحاً إن عاجلاً أو آجلاً.

وبالمثل من الممكن أن نحصى الأرقام التي تحل المعادلات الجبرية مثل :

$$\sqrt{2} \text{ و } \sqrt{3}$$



وقد أثبتت أعمال كانتور عكس ما كان يقصد ، حيث إنه وجد أن الأعداد الحقيقية لا يمكن أن تُحصى . وقد قام بإثبات ذلك على عدد قليل من الخطوط ، ولكن عليك أن تراقب عن قرب !

افترض أننا قمنا بإحصاء كل الأرقام مثل الكسور والأرقام الجبرية، فإن هناك قائمة لا نهائية لهذه الأرقام مشابهة لما حصلنا عليه قبل ذلك للكسور والآن من الواضح أن الأرقام لا تظهر في ترتيب حسب جمعها..

وللتبسيط سنأخذ في اعتبارنا فقط الأرقام بين صفر وواحد، فإن هذه القائمة ربما تكون على الشكل

ن₁ = ٠,٧١٦٦٩٣٢٠٠٠
 ن₂ = ٠,٤٢٢٥٨٩٦٠٠٠
 ن₃ = ٠,٧٧٩٦٤١٩٠٠٠
 ن₄ = ٠,٣٢٢٨٩٥٢٠٠٠

ونوضح النقاط بجوار خانات الرقم أنه يستمر دون حد.

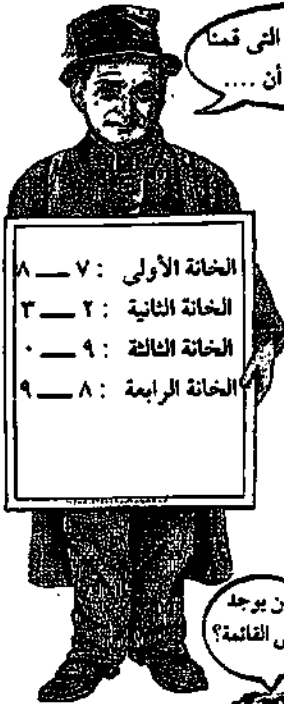
أما خط النقاط بعد ن₄ يوضح أن تتابع الأرقام أيضاً يستمر دون حد.

والآن إذا كانت كل الأعداد الحقيقية متضمنة في هذه القائمة فإن أى رقم نتخيله سوف يكون واقعاً في مكان ما في هذه القائمة .

وإذا لم يكن كذلك فيجب أن نسلم بأننا لم نقوم بإحصاء كل الأعداد.



كيف يمكننا إنشاء رقم غير موجود في هذه القائمة ؟ حسناً افترض أن هناك رقماً ما مختلفاً في الخانة الأولى مع الرقم الأول، وفي الخانة الثانية مع الرقم الثاني، والخانة الثالثة مع الثالث وهكذا . ويمكننا فعل ذلك إذا كانت كل خانة في هذا الرقم تزداد بمقدار واحد عن خانة الرقم الموجود في القائمة.



بالنسبة للقائمة التي قمنا بعملها نجد أن

الخانة الأولى : ٧ — ٨
الخانة الثانية : ٢ — ٣
الخانة الثالثة : ٩ — ٠
الخانة الرابعة : ٨ — ٩

وكما نستطيع أن نلاحظ فإن الأرقام التي وضعناها تأخذ الصورة العشوائية ، ومن الممكن أن تكون مختلفة تماماً ولا يغير ذلك من نقاشنا .
لذلك الرقم الجديد الذي من الممكن أن نسميه الغريب يأخذ الصورة غ = ٨٣٠٩٠٠٠ ،
وها هو أسلوب البحث



أين يوجد
ع في القائمة؟

ليس في المكان الأول
ولا الثاني ولا الثالث
ولا أي مكان آخر !

لذلك فإن فرضنا
أننا نستطيع أن نحصى
كل الأعداد الحقيقية
فرض خاطئ.

وقد تعامل كانتور مع نوعين من اللامتناهية: الأرقام المعدودة (مثل الأرقام العادية) والنقاط الواقعة على خط ما. ما هو معنى ارتباطهم ببعض؟ تعد ذلك تمكن من الحصول على طريقة لوصف التراث الألعلى من اللانهاية بطريقة عامة وبالنسبة لهذه النقطة سنقوم بدراسة فكرة الفئة التجزئة. إذا كانت لدينا فئة مكونة من ثلاثة عناصر c, b, a فإن فئاتها التجزئة هي الأرواح bc, ab, ac والعناصر الفردية c, b, a والفئة الفارغة وكذلك الفئة الأصلية ذاتها.



وبحساب عدد هذه الفئات نجد أنه ثمانية فئات أو 2^3 وهذه الفئة الجديدة تسمى فئة القوى (أو الأس) للفئة الأصلية. وإذا كانت الفئة الأصلية تحتوي على عدد n من العناصر فإن فئة القوى تحتوي على 2^n عنصر.

وبهذه الطريقة استطاع كانتور أن يكون فئات كثيرة جداً عن طريق تكوين فئة القوى لواحدة نلوا الأخرى (أي بحسابها الواحدة ثم بحساب فئة القوى لفئة القوى وهكذا). وقد وضع رمزاً جديداً لحجم هذه الفئات ولكونه يهودياً فقد فضل استخدام الحرف العبري القديم \aleph (Aleph) وعلى ذلك إذا كانت فئات المعدودات لها حجم n فإن فئة القوى لها تكون 2^n هكذا.

وعلى الجانب الآخر فإن فئة الأعداد الحقيقية على خط الأعداد وهي أول فئة معدودة

ربما يبدو مقبولاً أن نفرض أن 2^n تساوى ١ ولكن هذا الفرض أزعج علماء الرياضيات عبر الأجيال.

مستحيل

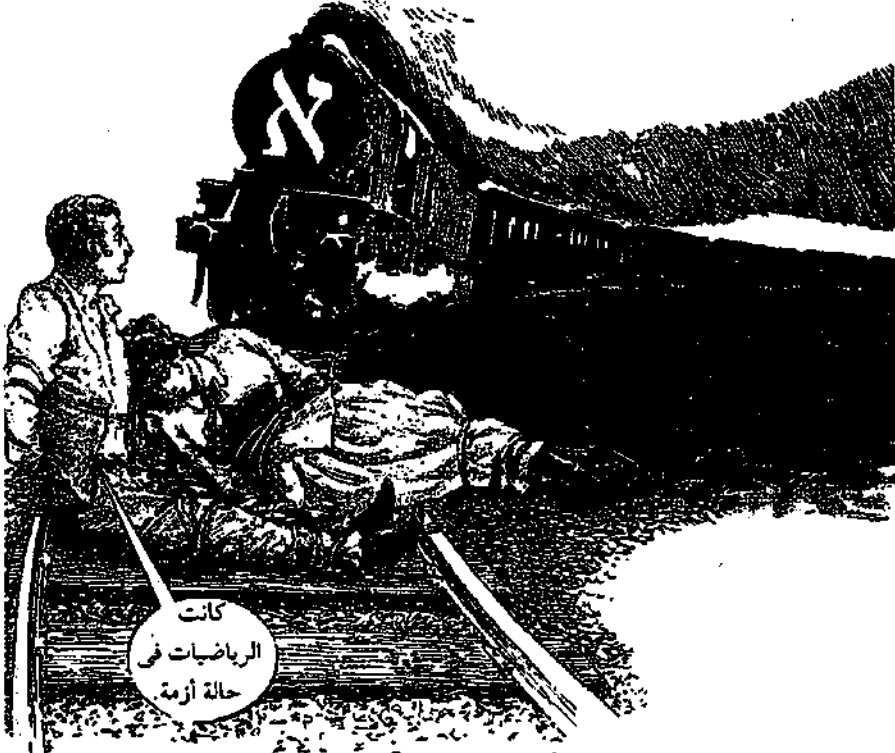


وإذا كنا نتحدث عن الفئات بهذه الصورة العامة ، فلا يوجد شيء يمنعنا من الإشارة إلى فئة كل الفئات والتي لها معنى لغوي ، أليس كذلك؟ وهذه الفئة لا بد أن تكون أكبر الفئات على الإطلاق ويتم تعريفها من خلال \mathbb{R} معينة ولكن \mathbb{R} . ولكن مثل أي فئة أخرى ما يوجد لهذه الفئة فئة قوى يعطى رقمها على الصورة $2^{\mathbb{R}}$ ومن المؤكد أنه أكبر من \mathbb{R} لذلك ما قمنا بتعريفها على أنها أكبر الفئات على الإطلاق يتولد منها فئة أكبر ، وهذه الفكرة تحوى تناقضاً ذاتياً !



أزمة في الرياضيات

قدّم تناقض اللانهاية الذي تم اكتشافه بواسطة كانتور تحدياً جديداً لعلماء الرياضيات. وهذا لا يشابه التحديات الرياضية السابقة مثل $\sqrt{2}$ أو $\frac{\pi}{2}$ ، ولكن على هذه الحالة يوجد تعارض ذاتي واضح. وقد تم إثبات أن هذه التناقضات لا تختلف في تفاصيلها عن الرياضيات الاصطلاحية.



وفي بداية القرن العشرين شرع مجموعة من الفلاسفة وعلماء الرياضيات في حل هذه الأزمة، وسألوا...



راشيل والحقيقة الرياضية

كان بيرتراند راشيل من بين من عكفوا على حل هذه الأزمة.
وقد عمل طويلاً في دراسة المنطق والفلسفة والتعليم التقدمي وفي النهاية
التبرؤ والاحتجاج على الأسلحة النووية. وقد مثلت
الرياضيات بالنسبة له الحقيقة المؤكدة الوحيدة في العالم
في مواجهة الادعاءات الزائفة للرهبنة.

قمت أنا وكثير
غيري بدراسة المتناقضات
المنطقية لإيجاد حلول
للأخطاء التي واجهت
كانتور.

وكان هذا معروفاً بالفعل منذ أوقات
اليونانيين القدماء، وقد اعتمد جزء منه
على استخدام «كل» كما في «فئة كل
الفتات».



وأحد أكثر المتناقضات براعة يختص بتسميتها . دعنا نقوم بتعريف B على أنه أقل عدد صحيح يمكن تسميته في ما لا يقل عن ١٩ مقطعاً .
 باستخدام الطريقة العادية نجد أن هذا الرقم كبير جداً لأنه يحتاج تسعة عشر مقطعاً لتسميته : حيث إن الرقم «سبعمائة ألف مليون بليون» يحتاج فقط إلى عشرة مقاطع .



وهذا تناقض خطير جداً بالفعل حيث إنه لا يتضمن إشارة ضمنية ولا حتى يتميز بالشمول . وهذا يوضح مدى صعوبة إنقاذ الوثوق في الرياضيات عن طريق التخلص من أساسياتها المنطقية.





يتم وضع الإثبات في صورة سطور من الرموز المتصلة ببعضها عن طريق بعض قواعد التحويل. وكان الهدف هو توضيح أن الإثباتات «المتحققة» يمكن تمييزها عن الإثباتات «غير المتحققة»، وبذلك فإن أي جملة رياضية من الممكن أن تكون صحيحة أو خطأ.

على أية حال
فقد تم تفجير هذا
البرنامج بواسطة أحد
مجتليي البارعين، أنا
كورت جوديل.

نظرية "جوديل"

قام جوديل (١٩٠٦ - ٧٨) بنشر نظريته في عام ١٩٣١ كنتيجة لأعمال أ. ن. وايتهيد (١٨٦١ - ١٩٤٧) وكذلك كتاب راشيل المكون من ثلاثة أجزاء عن المنطق الرمزي في الفترة (١٩١٠ - ١٣) Principia Mathematica



وكانت طريقة جوديل تتمثل فى : قام بتخصيص رقم محدد لكل جزء فى الجمل الرياضية ، بعد ذلك قام بدمج هذه الأرقام ليحصل على رقم واحد لكل جملة رياضية . وعن طريق مناقشة مشابهة لمناقشة كانتور قام جوديل بتوليد رقم «عملاق» يعبر عن هذه الجملة . وكان هذا الرقم مليئاً بالمعانى ولكنه لم يتم إثبات صحته أو بطلانه.



ماكينة "تورينج"

انبثقت من نظرية التحطيم العظيم لجوديل أنواع مختلفة من القوى . وقد التقط آلان تورينج (١٩١٢ - ٥٤) فكرة توليد جمل رياضية بطريقة مختصرة تماماً.

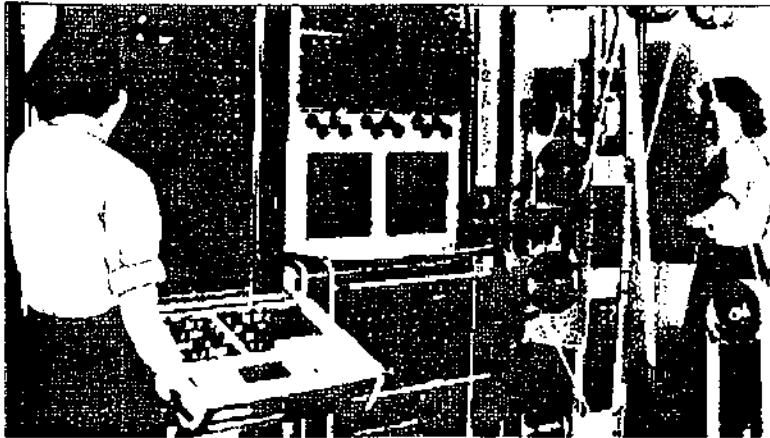
وتتكون ماكينة تورينج من شريط وبرنامج يستجيب للمعلومات المتتابعة المخزونة في مقاطع مختلفة من هذا الشريط وهي تقوم بكل العمليات الابتدائية. وبلغت



تكنولوجيا الثلاثينات من القرن الماضي لم يكن لهذه الآلة استخدام عملي ولكنها أمدت تورينج بإصدار من طريقة جوديل التي كان يحتاج إليها في بحثه. وفي القريب العاجل أصبحت تخيلات تورينج عملية جداً حيث إنها أصبحت دليل تطوير الحاسبات في أثناء الحرب العالمية الثانية .

وقد بدأت الحاسبات على صورة آلات حاسبة ضخمة يتم تشغيل البرنامج عن طريق الضغط على أزرار ومفاتيح من الخارج . وكان التطور الهائل عندما تم تحميل البرنامج داخل الحاسب على أنه أحد ملفات البناية والذي يقوم بتوجيه العمليات في كل الملفات الأخرى . ولا توجد الآن حدود لتعقيدات وقابلية تكيف الحاسب.

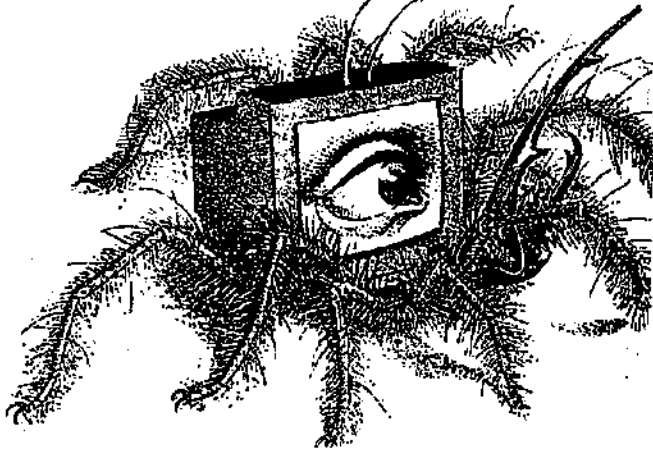
أصبحت لدى
مميزات الحاسب، الذي
يختلف اختلافاً تاماً عن
الآلات الحاسبة
الميكانيكية.



وقد ساعد تورينج فى كسب الحرب العالمية الثانية حيث إنه كان ضمن الفريق الذى كسر شفرة «الغزة» الألمانى ماكينة الشفرة .
وقد مات تورينج بصورة مأساوية وبالتحديد كنتيجة لاضطهاده ومحاكمته وقد تم تسميته بسم السيانياد حيث وجدت بجانبه التفاحة المسممة مأكول منها قسمة.



وقد بدت رؤية تورينج للكمبيوتر المختصر أنها فادحة خاصة على المدى الطويل. ففى مخططة للعمليات البسيطة لم يكن هناك مكان خصص لبرمجة الأخطاء أو الحاجة «للمعالجة الأخطاء» . وقد دام الاعتقاد بأن الحاسبات لاتخطئ لمدة قرون، بمعنى أن أى خطأ هو نتيجة لأخطاء البشر. والآن فقط وبعد اكتشاف Millennium Bug بدأنا نتحقق الأنظمة المختصرة لنظرية الحاسبات وبرمجتها ليست حقائق إلهية، ولكنها أيضاً منتجات بشرية.



الفراكتالات

نظهر الآن قوة الكمبيوتر في الرياضيات نفسها ، حيث قادنا الرسم بالكمبيوتر إلى نوع جديد من الهندسة يعرف بهندسة الفراكتالات والذي يتكون من أنواع خاصة من الأشكال غير المنتظمة المشابهة في ذاتها، بمعنى أن أي نظام جزئي من نظام الفراكتال يكون مكافئاً للنظام ككل.

الفراكتالات

من إنشاءات جميلة جداً
وعلى درجة عالية من
التعقيد وأيضاً بسيطة جداً
تعتبر الفراكتالات
معقدة نتيجة التفاصيل
اللاانتهائية التي تحتويها
والخصائص الرياضية المستفردة
لا يوجد فراكتالات متمثلات أبداً
وتعتبر بسيطة لأنها تنتج بواسطة عملية بسيطة جداً.

وإذا بدأنا بمعادلة بسيطة مثل $x^2 + 1 = 0$ حيث إن x رقم مركب يسمح له بالتغير
بما x رقم مركب ثابت . نقوم بوضع قيمتين (x ، y) ونبلغ الحاسب بوضع
الناتج محل x في الخطوة التالية ثم يكرر ذلك في الخطوات المتتالية ، وتكون
النتيجة مدخلة.

وقد وصف بينوا ماندلبرو (المولود عام ١٩٢٤) عالم الرياضيات الفرنسي (البولندي الأصل) مكتشف الفراكتلات على أنها طريقة لرؤية اللانهاية.



يرتبط اسمي
بالفراكتال الشهير
المرسوم في صفحة
١٤٩ والمسمى بـ
«فتة ماندلبرو».

وفي هذه الأيام تستخدم الفراكتلات في وصف الظواهر المعقدة مثل اضطرابات توزيع الزلازل وتطور المدن. وقد أدت هندسة الفراكتلات إلى الفرع الرياضي الجديد نظرية العماء.

نظرية العماء

تقوم نظرية العماء بوصف ظواهر ليست عشوائية ولا يمكن التنبؤ بها وفي نفس الوقت فهي تُوصَف بواسطة المعادلات التفاضلية. ويتج هذا السلوك لأن أى تغيير بسيط فى الشروط الابتدائية يؤدي إلى تغير كبير جداً فى سلوك الحلول النهائية . والوصف التقليدي (المبالغ فيه حقيقة) لهذه الخاصية.

هو ...

... رفرفة أجنحة
الفراشة من الممكن
أن تؤثر على مسار
الماصة.



والسلوك العمائي يرتبط ارتباطاً وثيقاً بخصائص فراكتال الانطلاقة وحيث إنها ذاتية التماثل " فإننا نرى نفس نوع التغير إذا غيرنا المقياس الذى نصف به سلوك النظام . وقد وضح أن المتغيرات العشوائية : مثل تغير الأسعار فى أسواق الجملة : تسلك نفس هذا السلوك . وهذا يمكننا من استخدام نظرية العماء فى إدارة مثل هذا النوع من المشاكل .

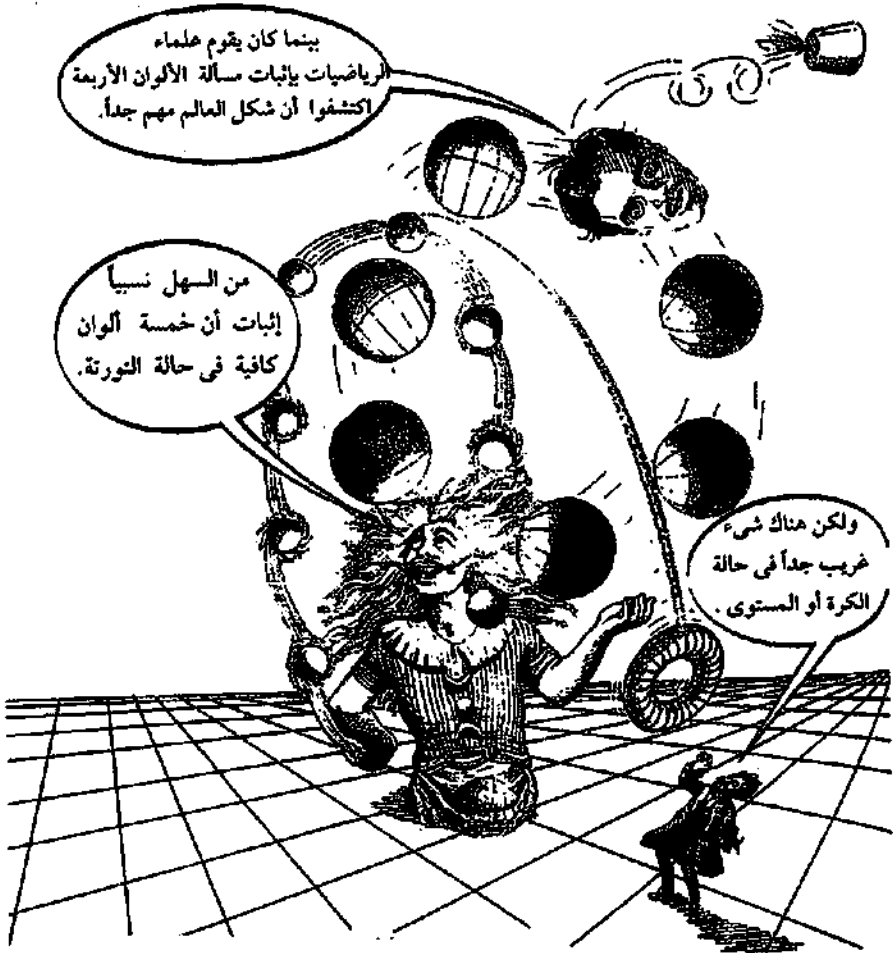


الطبولوجى

تظهر الآن قوة الحاسبات فى مجالات أخرى ملحوظة أكثر، فقد قامت الحاسبات بالبراهين التى وقف أمامها العقل البشرى عاجزاً . وأكثر الحالات الشهيرة المعاصرة هى الطبولوجى . يهتم علم الطبولوجى بدراسة العلاقات بين التكوينات بغض النظر عن أشكالها . وبصيغة رياضية فإن هذا المجال هو المجال الرياضى الذى يسهل فيه ذكر المشكلة ولكن يصعب جداً حلها.

وواحدة من أصعب التحديات فى مشاكل الطبولوجى هى «نظرية الألوان الأربعة»
والتي تنص على أن أى خريطة يمكن تلوينها بواسطة أربعة ألوان على الأكثر . والقاعدة الوحيدة هى عدم تشارك دولتين متجاورتين فى نفس اللون . والتقييد الوحيد هنا هو أن كل دولة تكون عبارة عن قطعة منفردة ومتصلة من الأرض ولا يوجد أى دولة تحتوى على دولة بداخلها على هيئة جزيرة كما فى حالة إيطاليا وسويسرا بالقرب من لوجانو Lugano



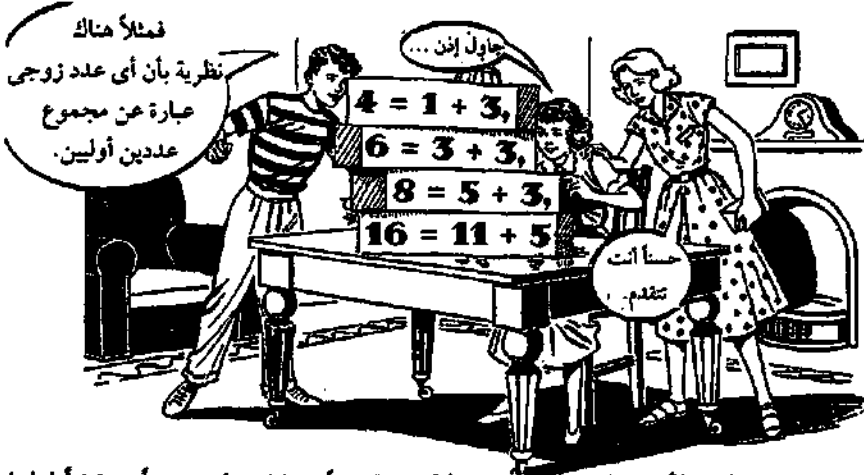


وقد تم التوصل إلى إثبات في عام ١٩٧٦ ، ولكنه اعتمد على دراسة مفصلة لأكثر من ألف حالة وهي شيء خارج حدود استطاعة الإنسان. لذلك فقد تم تصميم برنامج كمبيوتر لاختبار الحالات الخاصة في وقتها وقد نجح في ذلك وأعطى النتائج المرجوة.

ولكن في ذلك الوقت اشتكى بعض علماء الرياضيات من أنهم لا يستطيعون اختبار الإثبات ! حيث إن برنامج الكمبيوتر عبارة عن مجموعة من الأوامر وليس جملًا متصلًا منطقيًا . هل نستطيع أن نجزم بأن برنامجاً ما قد تمت معالجته من الأخطاء أكثر من برنامج آخر ؟ وفي الحال تم التوصل إلى إجماع على مفاده وأصبح الإثبات الآن «متحققاً»

نظرية الأرقام

وكما في حالة الطبولوجي فإن المشاكل في نظرية الأعداد سهلة الوصف ولكنها صعبة الحل .



إثبات ذلك لكل الأعداد الزوجية يعتبر عملية صعبة جداً . وكان هذا تحدياً حقيقياً لعلماء الرياضيات لفترة طويلة. وأول محاولة ناجحة لحل هذه المشكلة والمعروفة . بـ«مجلس جولد باخ» بينت أننا لسنا بحاجة لأكثر من ٤٠٠٠٠٠ عدد أولي !



وأشهر نظرية في هذا المجال هي التي وضعها عالم الرياضيات الفرنسي بيير دي فيرما (١٦٠١ - ١٦٥٠).



وقد نتجت هذه النظرية من دراستي لأقدم علاقة رياضية وهي نظرية فيثاغورث، وحيث إنه هناك عدد لا نهائي من الحلول للمعادلة ...

$$٢^١ + ٢^١ = ٢^٢$$

حيث أوب و ح أعداد صحيحة وإنشاء مثل هذه الثلاثيات كان معروفاً لمدة قرون مضت ..

وقد رأينا أن علماء الرياضيات المسلمين فكروا في معادلات شبيهة ولكن بأسس أعلى. وقد حاول بعضهم إثبات استحالة وجود مثال لأرقام تحقق المعادلة: $٣^٣ + ٣^٣ = ٣^٤$.

ولكن بيير دي فيرما اعتقد أنه قد توصل إلى مثل تلك المجموعات متصوراً أنه قد أثبت أن المعادلة $٣^٣ + ٣^٣ = ٣^٤$ ن.

ليس لها حلول على صورة أعداد صحيحة إذا كانت ن أكبر من اثنين.

وقد كتب لأحد أصدقائه أنه قد توصل إلى إثبات دقيق لهذه النقطة ولكن هامش الخطاب لم يستوعبه ! لذلك فإنه قد بدأ مطاردة استمرت لقرون ولم تنته إلا حديثاً. وقد تم التوصل إلى هذا الإثبات بواسطة عالم الرياضيات الإنجليزي أندرو ويلز (المولود عام ١٩٥٣) الذي يقوم بالتدريس الآن في جامعة برينستون.



نضمن هذا الرياضيات العميقة المهمة عبر آلاف السطور التي تحتوي على مئات الحسابات والاتصالات المنطقية.

ويؤدي كل هذا إلى توضيح أن العقل البشري يستطيع أن يتوصل إلى ما لا يستطيع الكمبيوتر التوصل إليه.

وقد أصبحت نظرية الأعداد واحدة من أقل فروع الرياضيات قابلية للتطبيق. ولكن أثناء تطور المجالات المختلفة فإن هناك تفاعلات بينها بطرق غير متوقعة.

علم تخطيط الشفرة
(عمل وكسر الشفرات) كان هاماً
نقط بالنسبة للجنود والجواسيس.

ولكنه أصبح فجأة على درجة عالية من الأهمية التجارية والتكنولوجية والسياسية في تأمين الرسائل عبر الانترنت والذي يعتمد كلياً على صعوبة كسر شفرتها.



يجب فعل
شيء ما.

وأفضل طريقة لعمل الشفرات هو استخدام أرقام كبيرة جداً لا يمكن حساب مكوناتها. وعملية تعريف هذه الأرقام ووضع طرق لإنشائها وكسرها تتضمن العمل بنظرية الأعداد والمجموعات. لذلك فإن أكثر العلوم ميلاً لأن تكون نظرية أصبحت الآن في لب التطبيق العملي. وقد أصبحت هذه المشكلة على درجة عالية من السياسة حيث إن الحكومات تهتم بحل شفرات الرسائل المتبادلة بين المجرمين والإرهابيين.



الإحصاء

علم الإحصاء هو أكثر نقاط الرياضيات شيوعاً واتصلاً بالأفراد العاديين. ومعنى علم الإحصاء «فن الحكم» حيث إن الحكومات تستطيع أن تقوم بأعمالها على وجه حسن إذا تمكنت من جمع معلومات عما يدور في مملكتهم. ولكن مجرد جمع أرقام متضاربة ليس بالعمل الكافي إنما يجب أن نقوم بربط وتحليل وتلخيص هذه الأرقام حتى تصبح مفيدة. وفي هذا العمل سنقوم باستخدام كل المقاييس المختلفة للإحصاء مثل «المتوسط» ولكن مثل هذه المقاييس تعتبر مثلاً لمجموعة من الأرقام وبينما نقوم بتوضيح بعض الأرقام في وقت ما فهي أيضاً تقوم بإخفاء مظاهر البعض الآخر. ولمعرفة كيفية تطبيق الإحصاء دعنا نتخيل قرية بها :

مائة قروي يتكسبون	وعشرة مزارعين يتكسبون	بالإضافة إلى سيد القرية الذي
١٠٠ دولار في السنة	١٠٠٠ دولار في السنة	يجني ١٠٠٠٠ دولار في السنة.



والدخل الكلي لهذه القرية يصبح ٣٠٠٠٠ دولار ، وإذا قسمناه على ١١١ فرداً ، فإنه يعطى ٢٧٠ دولاراً في السنة لأغلب الحالات.

وإذا أخذنا في اعتبارنا الدخل المتوسط (حيث يوجد ٥٪ فقط لهم دخل أكبر) أو الأسلوب السائد (وهو الدخل الذي يتكسبه معظم الناس) . وفي كلتا الحالتين سيكون ذلك ١٠٠ دولار فقط أى أنه يتجاهل دخل الأشخاص الأكثر ثراءً. ولكي نقوم بتوضيح صورة الدخل على نحو أفضل فربما نتجاهل الأعشار العليا أو السفلى (مستوى ١٠٪ و ٩٠٪) وبالنسبة لعشر ٩٠٪ فإنه يلحق بالفرض الحادى عشر من أعلى وهو الدخل الأوسط.

وبالرغم من كل

صور التقنية هذه فإننا نلاحظ

أن أساليب الإحصاء هذه لا

تشتمل اللذانين على العمل

الزراعى بصورة دائمة

فهم يقومون ببيع

البذور وشراء كل

المحصول من القرية.

والمثال السابق يوضح لنا أنه لا يوجد شيء إحصائى يعبر عن كل الأهداف، وهى ما تسمى بالإحصاء المتعادلة بالفعل من السهل التعامل مع الإحصاء..

هناك خدع

قذرة مثل الرسومات

التي لا تحتوى على

مقياس رسم أو الصور

التي يحجب نصفها كل

الانطباع عن تضاعف

الحجم.

ولكن هنا
لا يمتنى أن كل
الإحصاء نتاج
ضرر أو نزوة
أو فساد!

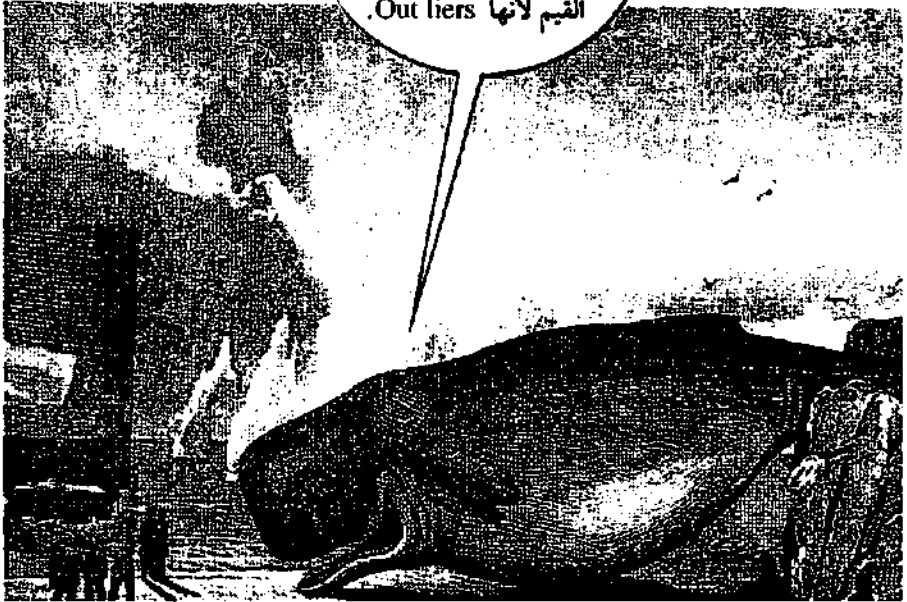
قيم «ف»

في كل اختبارات الإحصاء يوجد رقم يتم الاستشهاد به يسمى «حد الثقة» أو «قيمة أ» وهو يأخذ قيم ٥٪ أو ١٪ أو أى قيمة أخرى . وهذا الرقم يحدد درجة التأكد من أن هذا الاختبار يتوافق مع مجموعة الأرقام التى يتعامل معها. وهذا الرقم يعبر عن الأرقام الشاذة التى تعطى نتائج إيجابية ولكنها خاطئة . ولا يوجد اختبار يعطى نتائج مثالية ! فكلما ازدادت درجة التأكد زادت تكلفة هذا الاختبار وهذا يعنى أنه يتعين على القائمين على اختبارها أن يتقبلوا كل أنواع الخطأ الممكنة .



ذلك معنى أن هناك إقراراً بأن قيم أ يتم تصميمها بحيث إنها تحد من فرصة النتائج الإيجابية الخاطئة . وكلما زادت صرامة قيمة أ ازدادت اختيارية الاختبار ولكن على الجانب الآخر فإنها تجعله أقل حساسية . ففي مثال اختبار سمية بعض الملوثات البيئية فإن قيمة أ التي تُقدر به ٩٥٪ تجنبنا الإنذارات الخاطئة للملوثات ولكنها في نفس الوقت تجعلنا أكثر عرضة للأضرار الكاذبة . لذلك فإنه يتعين علينا أن نسأل أنفسنا أثناء القيام ببعض الاختبارات الواجبة : هل بعض المواد بالفعل لها آثار ضارة أم أن الآثار المنفردة يجب قبولها على أية حال؟ وفي كلتا الحالتين يجب اتخاذ إجراء وقائي . والسؤال المحتوم في هذه الحالة هو : لمصلحة من تتم هذه الاختبارات؟ وحتى في الاستخدامات الأبسط للإحصاء كما في عملية تمثيل المعلومات التجريبية فإنه يتعذر علينا الحكم على القيم . بالطبع لا تتلائم كل النقاط مع المنحنى المرسوم وإلا إذا كانوا قريبين جداً فهذا يعنى أنها قيم ملفقة . وكذلك هناك بعض القيم تبعد تماماً عن باقى الحشد ونسمى هذه القيم "Out liers" وإذا تم إدراجهم مع القيم فسوف يؤثرن بالسلب لذلك فيجب تجنبهم بعد التأكد من أنهم لا ينتمون إلى هذه الفئة (ربما نتيجة خطأ ما في القياس).

لم تكن نعرف أول
دليل على وجود ثقب الأوزون ،
وكان ذلك نتيجة أن نظام الإحصاء
في الحاسب يتجنب بعض
القيم لأنها Out liers .



الاحتمال

تُبنى طرق التعامل مع البيانات الإحصائية بصورة أساسية على نظرية الاحتمال . ويتضمن هذا ثلاثة مبادئ واضحة والتي تتداخل مع بعضها بصورة متكررة.



الأول هو الاحتمالية الهندسية التي تعتمد على التماثلات مثلما نقول : إن احتمالية الحصول على سبعة أثناء إلقاء زوج من أحجار الترد يساوي السدس.

هناك ست طرق من إجمالي ست وثلاثين يكون المجموع فيها سبعة)

أما الثانية فهي الاحتمالية المعملية للأشخاص الذين يُعمِّرون أكثر من خمسة وسبعين عاماً والتي تُبنى على معلومات قد تم جمعها في وقت سابق.

وفي النهاية نجد «أحكام» الاحتمال مثل احتمالية فوز أفراد غريبة في سباق الخيل أو الانتخابات العامة .

وبالرغم من أن هذه الاحتمالات واضحة من ناحية المفهوم إلا أنها شائعة الاستخدام مع بعضها دون تفريق واضح. لكل هذه الأسباب فإن الاستنتاجات الإحصائية تقع في العديد من المآزق.



تتطلب الأحكام ، على «توجيه» قطعة النقود، النظرية الرياضية للاحتمال والإحصاء . وفى هذه الحالة سيصاحب الافتراضات عن سلوك قطعة النقود تصميم تجريبى بالإضافة إلى تقييم مقادير الخطأ ووضع حدود يقينية للأحكام النهائية. ويقودنا تحليل إلقاء قطعة النقود بعد توضيحه إلى مجموعة من النتائج الخطيرة . فبينما تبدو صيغة السؤال المباشر أنها نص بسيط للاحتمال (الصور والكتابة لهم احتمالات متساوية فى القطعة غير الموجهة) ، فالصيغة العكسية (هل القطعة موجهة؟) تتضمن أحكاماً مدغمة بواسطة علم الإحصاء.

عندما تبرز النقاشات الإحصائية بمبدأ
المُسبب نجد أن هناك ارتباطات فى كل مكان
، فهناك قصة عن رجل لا يحب السفر بالطيران
أبداً...



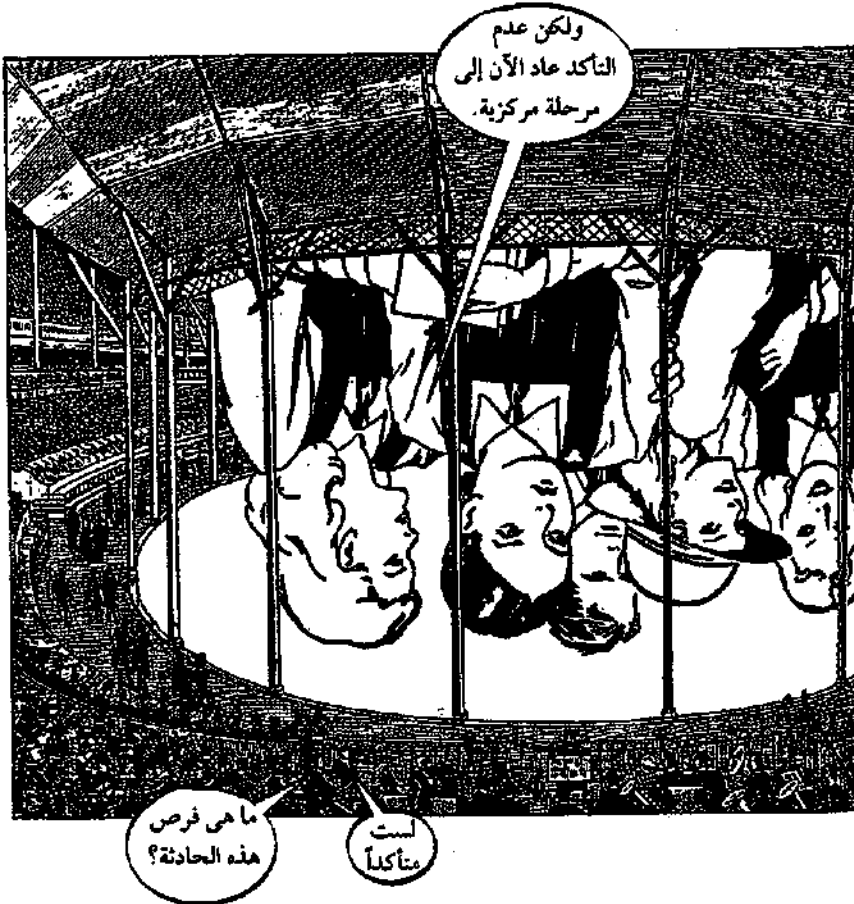
عدم التأكد

يقع هؤلاء المختصون بإمداد الأرقام سواء إذا كانت إلى السياسيين أو إلى عامة الشعب في ورطة كبيرة ، فإذا قاموا بتوضيح عدم التأكد والتحفظات حول أرقام معينة لن يكون ذلك مفهوماً.

وعلى الجانب الآخر إذا قاموا بتبسيط العملية وذكروا «أرقاماً ساحرة» على قدر أمان كبير فسوف يدعى الناس عليهم بالخداع.



ويكمن التحدى العظيم للرياضيات من الناحية الاجتماعية فى إدارة وتنظيم عدم التأكد. ولقد ساد الاعتقاد لفترة طويلة بأن تقدم العلوم الطبيعية من الممكن أن يقلل أهمية عدم التأكد والتي ظلت لها إمكانية الترويض بواسطة نظرية الاحتمال.



وقد قام عدم التأكد بقهر الرياضيات، وعلى الجانب الآخر فهو أساس لـ «نظرية الكم» فى الفيزياء .. وفى هذه الأيام علينا أن نتحدى آثار الحضارة الصناعية على البيئة الطبيعية.

وقد أصبح عدم التأكد فى المقدمة لأول مرة. وتعتبر تسمية أخرى جديدة فى الرياضيات بـ «النكبة Catastrophe» أو «العماء Chaos» غير مدهشة. والآن نستطيع أن نضع عدم التأكد ضمن أفكارنا التى توضح ما تتضمنه الرياضيات.

الأرقام السياسية

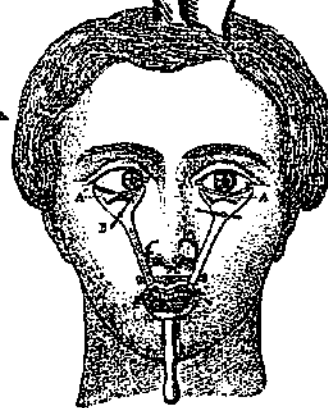
يعتبر فهمنا للأرقام (والتي تم وضعها للعد والحساب) غير ملائم بالنسبة للأرقام المستخدمة في صنع السياسة. هذه الاستخدامات تتطلب مفهوماً ومهارات مختلفة. وبسبب اعتيادنا الدائم على كون الرياضيات دقيقة وصحيحة، فإننا لا نميل إلى تصديق أن عدم التأكد يعتبر جزءاً من الأرقام السياسية. وقد أدى الذكر الدقيق للأرقام في وسائل الإعلام إلى إيقاع عدم التأكد في أزمة كبيرة. وعلى كل حال فإذا ذكرنا رقماً ما مكوناً من خانتين مثل ٤٧ فإننا نعرف أنه مختلف عن ٤٦، ٤٨، أو أننا نعرفه بدقة حوالي ٢٪.



وإذا كان الرقم ٤٧ هو حد آمن تم حسابه من كل أنواع البيانات بكل أنواع التفسير، فما هي فرصة أننا نعرفه بدقة حوالي ٢٪.



الدقة الرائدة مخيرة ومضللة ويعاني من استخدامها كل من المستخدمين والأشخاص الذين يمدونهم بها.



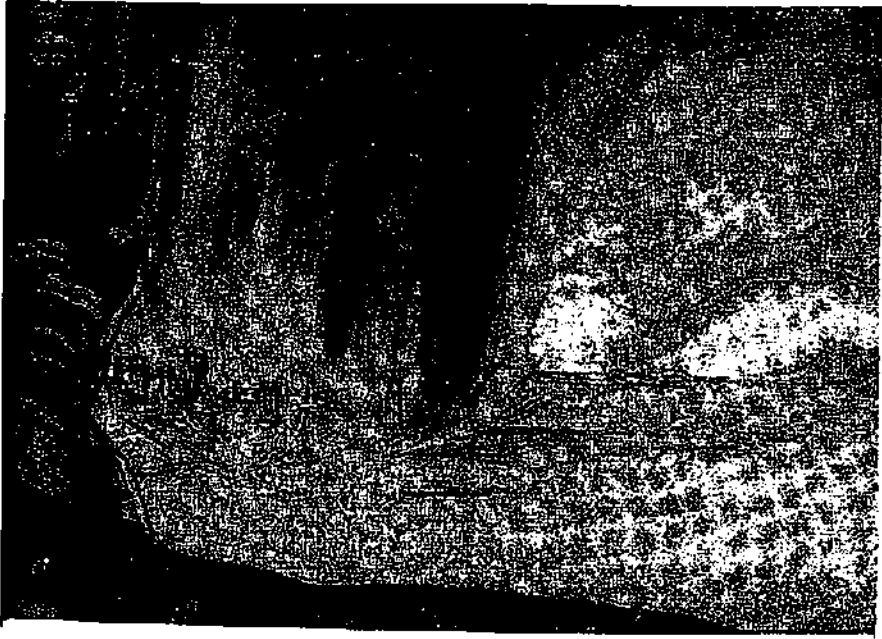
وتعتمد تأثيرات الأرقام الملحوظة على صنع
السياسة على محتوى تلك الأرقام. وهناك حوار في
الكتاب المقدس تم فيه عرض تعقيد مذهل، في
جيني ١٨ ، كان أبراهام والسيد قبل مدينتي «سدوم»
و«جموره» وقال السيد ..



وعلى ذلك فقد نقل أبراهام النقاش

إلى مستوى آخر، فهو الآن ليس عن السياسة (العفو عن المدينة إذا كانت هناك أرواح صالحة) ولكنه عن التحقيق (ماذا يحدث لو أننا أقل من النسبة؟) في هذا النص نجد أن خمسين ليس عدداً ولكنه رقم سياسي يتضمن تفاوتاً ما. وقد كان رأى أبراهام أن ٤٥ يقع داخل هذا التفاوت . هل بالتأكيد سيقوم السيد بتدمير المدينة لنقص خمسة، والتي ظهر من النص أنها أقل من حد الملاحظة؟ وفي النهاية استسلم السيد، وذلك ربما لأنه لاحظ مهارة خصمه، وجعل الحصنة نقل إلى عشرة أرواح صالحة. ويحكمه لم يقم أبراهام بأى مساومات أخرى.





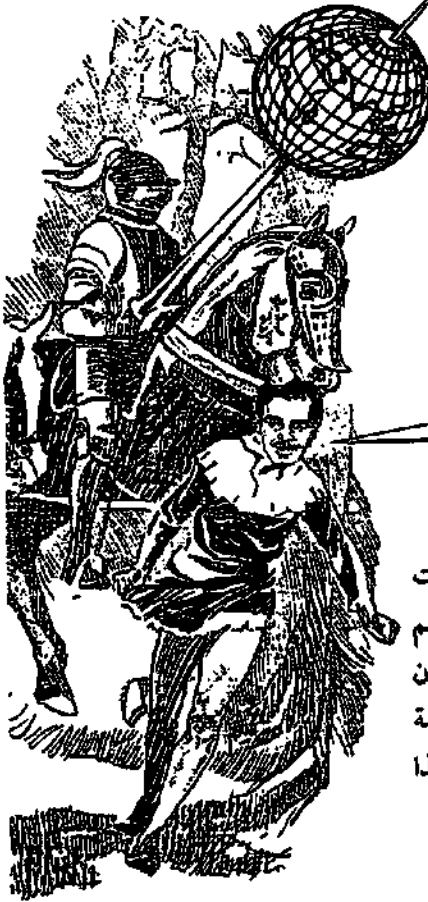
وتوضح قصة «إنقاذ سدوم» أن الأرقام يمكن أن يكون لها معان كثيرة مختلفة في النقاش . فترتبط «خمسون» بالتقدير أما «خمس» أو «خمس» وأربعون» فترتبط بتفاوت هذا التقدير. ويعتمد الاختلاف بين «خمس» و«خمس» وأربعين» على النص. وربما تتم ملاحظة هذا الفرق (إذا كان خارج التفاوت) في أوقات ما ولا يلاحظ في أوقات أخرى. وبالرغم من أن المثال كان عن الأرقام السياسية ولكن نقطة أن المعنى يعتمد على النص تتحقق في كل التقديرات والقياسات.

ويمكن ملاحظة نفس الظاهرة في «تناقض المفتاح» عندما يستخدم شخص مفتاحاً جديداً للقفل ما فإنه يكون متوافقاً معه، وإذا قام أحدهم بعمل نسخة منه فإن هذه النسخة تتوافق أيضاً مع القفل لأن سماحية الآلة كانت قريبة من سماحية القفل. ولكننا نلاحظ أنه بعد تكرار النسخ من النسخ تتابعياً فإن النسخة الأخيرة لا تتوافق مع القفل وذلك لأنه تم تراكم سماحيات الآلة في كل مرة. وبدلالة القياس نجد أن $C=B=A$ ولكن $K=A$. ويبدو هذا جنوناً بدلالة الحسابات العادية ولكنه يوضح أن الأرقام في حالة القياس والتقدير يكون لها معنى فقط بناءً على محتوى النص ولا تعني نفس المعنى في حالة العد البسيط.



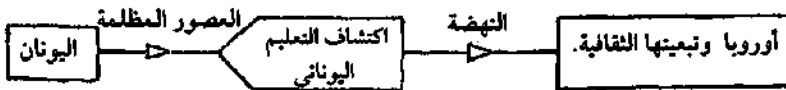
الرياضيات والمركزية الأوروبية

لقد لعبت الرياضيات الأوروبية دوراً هاماً في الوعي الذاتي لأوروبا أي الإحساس بأن الثقافة الأوروبية هي الأعظم وأنها هي الحقيقة الوحيدة. ويرى الناس الذين يعتقدون أن الرياضيات عالمية أنه من الصعب أن تكون الرياضيات والإمبريالية تماشوا جنباً إلى جنب. ولكن الرياضيات قد تم استخدامها كوسيلة لتحقيق سفلية ووضاعة الثقافات غير الأوروبية.



قامت أوروبا باستخدام ثلاث طرق لنشر المركزية الأوروبية في الرياضيات.

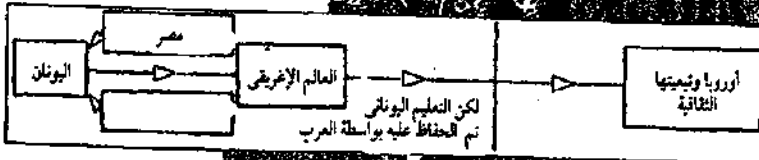
١- قامت باستخدام إسهامات الثقافات غير الأوروبية وفي نفس الوقت أخفيتها. لم يكن هناك أي تقدم قبل معجزة اليونان وأيضاً في الفترة بين ذلك والنهضة الأوروبية في القرن السادس عشر. وهذا هو المبدأ التقليدي للمركزية الأوروبية.



قامت أوروبا بتعريف الرياضيات بطريقة معينة
وأعلنت أن مساهمات الحضارات الأخرى لم تكن
رياضيات حقيقية.

فقد تم وصف الأساليب الرياضية غير الأوروبية بأنها
كانت تعتمد على التجريب كلية وبالتالي فهي ليست
رياضيات تأملية حقيقية.

ولكن العرب
كانوا على درجة كرم كافية
لحفظ الميراث اليوناني من
الرياضيات التأملية وإمراره إلى
وريث اليونان الشرعي!
علماء الرياضيات الأوروبيين في
عصر النهضة



٣- وشرعت أوروبا
الرأي القائل بأن التطور
الرياضي كان نتاجاً
أوروبياً بصورة خالصة
وقامت بتدريس ذلك في
تعليم الرياضيات .

جورج غيفرغيز
يوسف عالم تاريخ
الرياضيات وهو بريطاني
آسيوي.

وحتى في
هذه الأيام فإن
الرياضيات يتم
تدريسها على أنها
أيدولوجية إمبريالية

وقد أعدت
الخبرة الإمبريالية الطلاب
للاعتقاد بأنه ليس هناك مجال
للتفكير في أن غير الأوروبيين
يستطيعون إنتاج معرفة رياضية
وقد شجعت الأسطورة القائلة بأن
الرياضيات كانت هبة حضارية
نقلتها أوروبا إلى مستعمراتها
وومضة برومبية جعلت
بعض الأفراد المتخلفين
يخترقون أسرار العلم والتكنولوجيا
لدخول العصر
الحديث.



الرياضيات العرقية



فهي تهدف إلى إقامة علاقة قوية بين الرياضيات والثقافة والمجتمع وتذكرنا بأن الرياضيات تحتوى على أشياء أكثر من الدراسات المجردة النظرية الأفلاطونية ومناهج التدريس المشتقة منها. ويمكننا أن نرى المقدار الكبير الذى أثرت به أشكال الإبداع والابتكار فى الطرق المختلفة التى يتناول بها الأفراد المختلفون الأمور الرياضية.



لذلك فإن الرياضيات العرقية لا تتضمن الأنظمة الصباغية الرمزية فحسب ولكن أيضاً التصميم المكاني وطرق الإنشاء العملية وطرق الحساب والقياسات في الزمن والمكان وطرق معينة لفهم والإشارة ونشاطات مادية ومعرفة أخرى.



الرياضيات ونوع الجنس

والنساء القلائل الذين أتاحت لهم فرصة المشاركة في الرياضيات في العصور الماضية كانوا مجرد طرفة. وأحد عالمات الرياضيات هي الفرنسية صوفي جيرماين



لسوء الحظ، ولكنه حقيقى،
ميراثنا الرياضى تم إيداع
الجزء الأكبر منه بواسطة
«الرجل الأبيض»

(١٧٧٦ - ١٨٣١) والتي قدمت
نفسها على أنها رجل من
خلال نقاشها مع عالم
الرياضيات الألماني «كارى
فريدريك جاوس». (١٧٧٧ -
١٨٥٥).



تم إنشاء سرى عندما دخل
جيش نابليون مدينة جوتينجن
واستخدمت نفوذى لتأمين
سلامته

كنت مذهولاً عندما قدم القائد
الفرنسى اعتذارات الآتية جيرمان
لى، كنت أعتقد أن رفيقى فى
باريس هو رجل شاب

وقد قدم علماء علم النفس العديد من الأسباب التي أدت إلى وضاعة

النساء فى الرياضيات.

ولكن الآن هؤلاء
الفتيات يملون فى الرياضيات
بلاءاً حسناً أكثر من الأولاد وقد
قبل إن هذه مشكلة اجتماعية
تحتاج إلى حل عاجل



أين الآن

لقد سادت وجهة النظر الأفلاطونية للرياضيات في الثقافة الغربية على مدى العصور.

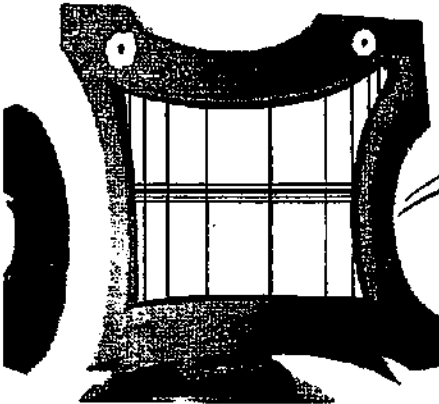
ووجهة النظر هذه كانت
عن المعرفة المنحرفة من
التمرين والتي تقترب
من الحقيقة وتحرر من
التعارضات

وهناك العديد من
المفارقات بين وجهة
النظر والحقيقة تم نزعها
من هذه الرؤية

ويقوم الفلاسفة والمدرسون
والمشيعون بتقديم الرياضيات
بهذه الوجهة الأفلاطونية . وتم
تخيّل العلم على أنه تطبيق
للمحقائق الرياضية . وكجزء من
هذه الصورة ، تم تجاهل أو
تشويه إسهامات الثقافات الغير
أوروبية في الرياضيات.



وبالرغم من
أن البحث الرياضي
قد تجاهل مبادئ عدم
التأكد في الفكر الرياضي
إلا أن ظهور الحاسبات
الآلية جعل الرياضيات الحاسوبية
المبنية على التجريب تتألف
مع النظرية



وبغض النظر عن انتشار معرفة القراءة والكتابة إلا أنها لا تزال مقتصرة على صفوة الاجتماعيين والمثقفين .



وتحت هذه الظروف فمن الضروري لنا أن نعرف ونقدر فشل الرياضيات (من خلال العلم) في انتزاع عدم التأكد من العالم العملي من حولنا. ومن الضروري أيضاً أن نعيد التفكير في المعرفة الحقيقية وكيفية تحقيقها.

لذلك فإن الرياضيات تواجه تحديات جديدة. وعلى المواطن أن يقوم بدوره في مواجهة هذه التحديات. ففى كلمات الأسقف بيركلي: كل واحد.....



المحتويات

الصفحة	الموضوع
5	مقدمة
9	لماذا الرياضيات
13	الحساب
19	الأرقام المكتوبة
30	الصفر
33	أرقام خاصة
37	الأرقام الكبيرة
39	الأسس
43	اللوغاريتمات
45	الحساب Calculation
48	المعادلات
54	القياس
60	الرياضيات اليونانية
61	فيثاغورث
63	مناقضات «زينو»
65	إقليدس
68	الرياضيات الصينية
70	تشيو تشانج
71	أربعة علماء رياضيات صينيون
74	الرياضيات الهندية
75	هندسة «القيدا»
77	براهما جوبتا
78	أرقام جاين
79	اندماجات «فيديك» و«جاين»
80	الشعر الرياضي

82	رامانوجان
83	الرياضيات الإسلامية
84	الخوارزمي
85	تطوير الجبر
88	اكتشاف حساب المثلثات
89	البطاني
90	أبو وفا
91	ابن يونس وثابت بن قرة
92	الطوسي
93	حل المسائل التي تتضمن أرقاماً صحيحة
94	نشأة الرياضيات الأوروبية
97	رينيه ديكارت
99	الهندسة التحليلية
102	الدوال
107	التفاضل والتكامل
108	التفاضل
111	التكامل
117	أسئلة بيركلي
120	إله أويلر
124	علوم الهندسة اللاإقليدية
126	الفضاءات نونية الأبعاد
128	إيفارست جالوا
129	المجموعات
132	العمليات الجبرية على الفئات
135	كانتور والفئات
141	أزمة في الرياضيات
142	راشيل والحقيقة الرياضية
145	نظرية «جوديل»

147 ماكينه «تورينج».
149 Fractals الفراكتلات
151 نظرية العماء
153 الطوبولوجى
155 نظرية الأرقام
158 الإحصاء
160 قيم - «أ»
162 الاحتمال
165 عدم التأكد
167 الأرقام السياسية
170 الرياضيات والمركزية الأوروبية
172 الرياضيات العرقية
174 الرياضيات ونوع الجنس
175 أين الآن؟
178 فهرس

المشروع القومى للترجمة

المشروع القومى للترجمة مشروع تنمية ثقافية بالدرجة الأولى، ينطلق من الإيجابيات التى حققتها مشروعات الترجمة التى سبقته فى مصر والعالم العربى ويسعى إلى الإضافة بما يفتح الأفق على وعود المستقبل، معتمداً المبادئ التالية :

- ١ - الخروج من أسر المركزية الأوروبية وهيمنة اللغتين الإنجليزية والفرنسية.
- ٢ - التوازن بين المعارف الإنسانية فى المجالات العلمية والفنية والفكرية والإبداعية.
- ٣ - الإنحياز إلى كل ما يؤسس لأفكار التقدم وحضور العلم وإشاعة العقلانية والتشجيع على التجريب.
- ٤ - ترجمة الأصول المعرفية التى أصبحت أقرب إلى الإطار المرجعى فى الثقافة الإنسانية المعاصرة، جنباً إلى جنب المنجزات الجديدة التى تضع القارئ فى القلب من حركة الإبداع والفكر العالميين.
- ٥ - العمل على إعداد جيل جديد من المترجمين المتخصصين عن طريق ورش العمل بالتنسيق مع لجنة الترجمة بالمجلس الأعلى للثقافة.
- ٦ - الاستعانة بكل الخبرات العربية وتنسيق الجهود مع المؤسسات المعنية بالترجمة.

المشروع القوي للترجمة

- ١- اللغة العليا (طبعة ثانية)
- ٢- الوثنية والإسلام
- ٣- التراث المسموع
- ٤- كيف تتم كتابة السيناريو
- ٥- ثريا في غيبوبة
- ٦- اتجاهات البحث اللساني
- ٧- العلوم الإنسانية والفلسفة
- ٨- مشعل الحرائق
- ٩- التغيرات البيئية
- ١٠- خطاب الحكاية
- ١١- مختارات
- ١٢- طريق الحرير
- ١٣- ديانة الساميين
- ١٤- التحليل النفسي للأدب
- ١٥- الحركات الفنية
- ١٦- أثينة السوداء
- ١٧- مختارات
- ١٨- الشعر التسلاني في أمريكا اللاتينية
- ١٩- الأعمال الشعرية الكاملة
- ٢٠- قصة العلم
- ٢١- خوخة وألف خوخة
- ٢٢- مذكرات رحالة عن المصريين
- ٢٣- تجلى الجميل
- ٢٤- ظلال المستقبل
- ٢٥- مثنوى
- ٢٦- دين مصر العام
- ٢٧- التنوع البشري الخلاق
- ٢٨- رسالة في التسامح
- ٢٩- الموت والوجود
- ٣٠- الوثنية والإسلام (ط٢)
- ٣١- مصادر دراسة التاريخ الإسلامي
- ٣٢- الانقراض
- ٣٣- التاريخ الاقتصادي لإفريقيا الغربية
- ٣٤- الرواية العربية
- ٣٥- الأسطورة والحداثة
- جون كوين
- ك. مادهو باننيكار
- جورج جيمس
- اتجا كاريتكوفا
- إسماعيل فصيح
- ميلكا إفيتش
- لوسيان غولدمان
- ماكس فريش
- أندرو س. جودي
- جيرار جينيت
- فيسوفا شيمبوريسكا
- ديفيد براونستون وايرين فراك
- روبرتسن سميث
- جان بيلمان ثويل
- إدوارد لويس سميث
- مارتن برنال
- فيليب لاركين
- مختارات
- جورج سفيريس
- ج. ج. كراوثر
- صمد بهرنجي
- جون أنتيس
- هانز جيورج جادامر
- باتريك بارندر
- مولانا جلال الدين الرومي
- محمد حسين هيكل
- مقالات
- جون لوك
- جيمس ب. كارس
- ك. مادهو باننيكار
- جان سوفاجيه - كلود كاين
- ديفيد روس
- أ. ج. هويكنز
- روجر آلن
- بول ب. ديكسون
- ت : أحمد درويش
- ت : أحمد فؤاد بليغ
- ت : شوقي جلال
- ت : أحمد الحضري
- ت : محمد علاء الدين منصور
- ت : سعد مصلوح / وفاة كامل فايد
- ت : يرسف الأنطكي
- ت : مصطفى ماهر
- ت : محمود محمد عاشور
- ت : محمد معصم وعبد الجليل الأزني وعمر حلي
- ت : هناء عبد الفتاح
- ت : أحمد محمود
- ت : عبد الوهاب غلوب
- ت : حسن المودن
- ت : أشرف رفيق عفيفي
- ت : إشراف أحمد عثمان
- ت : محمد مصطفى بدوي
- ت : طلعت شاهين
- ت : نعيم عطية
- ت : يعني طريف الخولي / بنوي عبد الفتاح
- ت : ماجدة العناني
- ت : سيد أحمد علي الناصري
- ت : سعيد توفيق
- ت : بكر عباس
- ت : إبراهيم الدسوقي شتا
- ت : أحمد محمد حسين هيكل
- ت : نخبة
- ت : منى أبو سنه
- ت : بدر الديب
- ت : أحمد فؤاد بليغ
- ت : عبد الستار الطويحي / عبد الوهاب غلوب
- ت : مصطفى إبراهيم فهمي
- ت : أحمد فؤاد بليغ
- ت : حصه إبراهيم المنيف
- ت : خليل كلفت

- ٢٦- نظريات السرد الحديثة
٢٧- راحة سيوة وموسيقاها
٢٨- نقد الحداثة
٢٩- الإغريق والحسد
٤٠- قصائد حب
٤١- ما بعد المركزية الأدبية
٤٢- عالم ماك
٤٣- اللهب المزدوج
٤٤- بعد عدة أصياف
٤٥- التراث المغفور
٤٦- عشرون قصيدة حب
٤٧- تاريخ النقد الأدبي الحديث (١)
٤٨- حضارة مصر الفرعونية
٤٩- الإسلام في البلقان
٥٠- ألف ليلة وليلة أو القول الأسير
٥١- مسار الرواية الإسبانية الأمريكية
٥٢- العلاج النفسي التدميمي
٥٣- الدراما والتعليم
٥٤- المفهوم الإغريقي للمسرح
٥٥- ما وراء العلم
٥٦- الأعمال الشعرية الكاملة (١)
٥٧- الأعمال الشعرية الكاملة (٢)
٥٨- مسرحيتان
٥٩- المحبرة
٦٠- التصميم والشكل
٦١- موسوعة علم الإنسان
٦٢- لذة النص
٦٣- تاريخ النقد الأدبي الحديث (٢)
٦٤- برتراند راسل (سيرة حياة)
٦٥- في مدح الكسل ومقالات أخرى
٦٦- خمس مسرحيات أندلسية
٦٧- مختارات
٦٨- نتاشا العجوز وقصص أخرى
٦٩- العالم الإسلامي في أوائل القرن العشرين
٧٠- ثقافة وحضارة أمريكا اللاتينية
٧١- السيدة لا تصلح إلا للرمي
والاس مارتن
بريجيت شيفر
آلن تورين
بيتر والكوت
آن سكستون
بيتر جران
بنجامين باربر
أوكتاڤيو پات
ألدوس هكسلي
روبرت ج دنيا - جون ف أفاين
بابلو نيرودا
رينيه ويليك
فرانسوا دوما
ه. ت. نوريس
جمال الدين بن الشيخ
داريو بيانوبيا وخ. م بينياليستي
بيتر. ن. توفاليس وستيفن. ج.
روجسيفيتز وروجر ميل
أ. ف. ألنجنون
ج. مايكل والتون
جون بولكنجهوم
فديريكو غرسية لوركا
فديريكو غرسية لوركا
فديريكو غرسية لوركا
كارلوس مونيث
جوهانز ايتين
شارلوت سيمور - سميت
رولان بارت
رينيه ويليك
آلان وود
برتراند راسل
أنطونيو جالا
فرناندو بيسوا
فالتين راسبوتين
عبد الرشيد إبراهيم
أوخيتيو تشانج رودريجت
داريو فو
ت : حياة جاسم محمد
ت : جمال عبد الرحيم
ت : أنور مغيث
ت : منيرة كروان
ت : محمد عبد إبراهيم
ت : عطف أحمد / إبراهيم فتحي / محمود ملجد
ت : أحمد محمود
ت : المهدي أخريف
ت : مارلين تادرس
ت : أحمد محمود
ت : محمود السيد على
ت : مجاهد عبد المنعم مجاهد
ت : ماهر جويجاتي
ت : عبد الوهاب غلوب
ت : محمد برادة وعشاني لليلود ويوسف الأنطكي
ت : محمد أبو العطا
ت : لطفى قطيم وعادل دمرداش
ت : مرسى سعد الدين
ت : محسن مصيلحي
ت : علي يوسف علي
ت : محمود علي مكي
ت : محمود السيد ، ماهر البطوطي
ت : محمد أبو العطا
ت : السيد السيد سهييم
ت : صبرى محمد عبد الغنى
مراجعة وإشراف : محمد الجوهري
ت : محمد خير البقاعي .
ت : مجاهد عبد المنعم مجاهد
ت : رمسيس عوض .
ت : رمسيس عوض .
ت : عبد اللطيف عبد الحليم
ت : المهدي أخريف
ت : أشرف الصباغ
ت : أحمد فؤاد متولى وهريدا محمد فهمي
ت : عبد الحميد غلاب وأحمد حشاد
ت : حسين محمود

- ٧٢- السياسي العجوز ت . س . إليوت
- ٧٣- نقد استجابة القارئ جين . ب . تومكينز
- ٧٤- صلاح الدين والمالكي في مصر ل . ا . سيمينزفا
- ٧٥- فن التراجم والسير الذاتية أندريه موروا
- ٧٦- جاك لاكان وإغواء التحليل النفسي مجموعة من الكتاب
- ٧٧- تاريخ النقد الأدبي الحديث ٢ رينيه ويليك
- ٧٨- العولمة : النظرية الاجتماعية والثقافة الكونية رونالد روبيرسون
- ٧٩- شعورية التأليف بوريس أوسينسكي
- ٨٠- بوشكين عند «نافورة الدمع» ألكسندر بوشكين
- ٨١- الجماعات المختلة بنديكت أندرسن
- ٨٢- مسرح ميغيل ميغيل دي أونامونو
- ٨٣- مختارات غوتفريد بن
- ٨٤- موسوعة الأدب والنقد مجموعة من الكتاب
- ٨٥- منصور الحلاج (مسرحية) صلاح زكي أقطاي
- ٨٦- طول الليل جمال مير صادقي
- ٨٧- نون والقلم جلال آل أحمد
- ٨٨- الابتلاء بالتغرب جلال آل أحمد
- ٨٩- الطوبى الثالث أنتوني جينز
- ٩٠- وسم السيف ميغل دي تريباس
- ٩١- المسرح والتجريب بين النظرية والتطبيق باربر الاسوستكا
- ٩٢- أساليب ومضامين المسرح
- ٩٣- الإسبانيون أمريكي المعاصر كارلوس ميغل
- ٩٤- محذرات العولمة مايك فيذرستون وسكوت لاش
- ٩٥- الحب الأول والصحية صمويل بيكيت
- ٩٦- مختارات من المسرح الإسباني أنطونيو بويرو باييزو
- ٩٧- ثلاث زنتقات ووردة قصص مختارة
- ٩٨- هوية فرنسا مع ١ قرنان برودل
- ٩٩- الهم الإنساني والامتياز للصهيوني نماذج ومقالات
- ١٠٠- تاريخ السينما العالمية ديفيد روبنسون
- ١٠١- مسألة العولمة بول هيرست وجراهام تومبسون
- ١٠٢- النص الروائي (تقنيات ومناهج) بيرنار غاليط
- ١٠٣- السياسة والتسامح عبد الكريم الخطيب
- ١٠٤- قبر ابن عربي يليه آباء عبد الوهاب المؤدب
- ١٠٥- أوبرا ماهوجني برنولت بريشت
- ١٠٦- مدخل إلى النص الجامع جيرار جينيث
- ١٠٧- الأدب الأندلسي د . ماريا خيسوس روميروامتي
- ١٠٨- صورة الفنان في الشعر الأمريكي المعاصر نخبة
- ١٠٩- ت : فؤاد مجلي
- ١١٠- ت : حسن ناظم وعلى حاكم
- ١١١- ت : حسن بيومي
- ١١٢- ت : أحمد درويش
- ١١٣- ت : عبد المقصود عبد الكريم
- ١١٤- ت : مجاهد عبد المنعم مجاهد
- ١١٥- ت : أحمد محمود ونورا أمين
- ١١٦- ت : سعيد الفانمي وناصر حلاوي
- ١١٧- ت : مكارم الغمري
- ١١٨- ت : محمد طارق الشوقوي
- ١١٩- ت : محمود السيد علي
- ١٢٠- ت : خالد المعالي
- ١٢١- ت : عبد الحميد شحبة
- ١٢٢- ت : عبد الرازق بركات
- ١٢٣- ت : أحمد فتحي يوسف شتا
- ١٢٤- ت : ماجدة العناني
- ١٢٥- ت : إبراهيم الدسوقي شتا
- ١٢٦- ت : أحمد زايد ومحمد محيي الدين
- ١٢٧- ت : محمد إبراهيم مبروك
- ١٢٨- ت : محمد هناء عبد الفتاح
- ١٢٩- ت : نادية جمال الدين
- ١٣٠- ت : عبد الوهاب عروب
- ١٣١- ت : فوزية العشموي
- ١٣٢- ت : سري محمد محمد عبد اللطيف
- ١٣٣- ت : إدوار الخراط
- ١٣٤- ت : بشير السباعي
- ١٣٥- ت : أشرف الصباغ
- ١٣٦- ت : إبراهيم قنديل
- ١٣٧- ت : إبراهيم فتحي
- ١٣٨- ت : رشيد بنحدو
- ١٣٩- ت : عز الدين الكتاني الإدريسي
- ١٤٠- ت : محمد بنيس
- ١٤١- ت : عبد الغفار مكاوي
- ١٤٢- ت : عبد العزيز شليل
- ١٤٣- ت : د . أشرف علي دعوز
- ١٤٤- ت : محمد عبد الله الجعيدى

١٠٨- ثلاث دراسات عن الشعر الأندلسي	مجموعة من النقاد	ت : محمود على مكي
١٠٩- حروب المياه	جون بولوك وعادل درويش	ت : هاشم أحمد محمد
١١٠- النساء في العالم النامي	حسنة بيجوم	ت : منى قطان
١١١- المرأة والجريمة	فرانسيس هيندسون	ت : ريهام حسين إبراهيم
١١٢- الاحتجاج الهادي	أرلين علوي ماركليود	ت : إكرام يوسف
١١٣- راية التمرد	سادى بلانت	ت : أحمد حسان
١١٤- مسرحيات حصاد كونجى وسكان المستنق	وول شوينكا	ت : نسيم مجلى
١١٥- غرفة تخص المرء وحده	فرچينيا وولف	ت : سميرة رمضان
١١٦- امرأة مختلفة (درية شفيق)	سينثيا نلسون	ت : نهاد أحمد سالم
١١٧- المرأة والجنوسة في الإسلام	ليلى أحمد	ت : منى إبراهيم ، وهالة كمال
١١٨- النهضة النسائية في مصر	بث يارون	ت : لميس النقاش
١١٩- النساء والأسرة وقوانين الطلاق	أميرة الأزهري سنيل	ت : بإشراف/ رؤوف عباس
١٢٠- الحركة النسائية والتطور في الشرق الأوسط	ليلى أبو لغد	ت : نادية من المترجمين
١٢١- الليل الصغير عن الكتابات العرييات	فاطمة موسى	ت : محمد الجندي ، وإيزابيل كمال
١٢٢- نظام العبودية القديم ونموذج الإنسان	جوزيف فوجت	ت : منيرة كروان
١٢٣- الإمبراطورية العثمانية وعلاقاتها الدولية	نيل الكسندر وفنادولينا	ت : نوره محمد إبراهيم
١٢٤- الفجر الكائب	جون جراي	ت : أحمد قواد بليغ
١٢٥- التحليل الموسيقي	سيدريك ثورپ ديقى	ت : سمحه الخولى
١٢٦- فعل القراءة	فولفانج إيسر	ت : عبد الوهاب علوب
١٢٧- إرهاب	صفاء فتحى	ت : بشير المسبأى
١٢٨- الأدب المقارن	سوزان ياسنيت	ت : أميرة حسن نويرة
١٢٩- الرواية الإسبانية المعاصرة	ماريا دولورس أسيس جاروته	ت : محمد أبو العطا وآخرون
١٣٠- الشرق يصعد ثانية	أنثويه جوند فرانك	ت : شوقي جلال
١٣١- مصر القديمة (التاريخ الاجتماعى)	مجموعة من المؤلفين	ت : لويس بقطر
١٣٢- ثقافة العولمة	مايك فينرستون	ت : عبد الوهاب علوب
١٣٣- الخوف من المرايا	طارق على	ت : طلعت الشايب
١٣٤- تشريع حضارة	بارى ج. كيمب	ت : أحمد محمرد
١٣٥- المختار من نقد ت. س. إليوت	ت. س. إليوت	ت : ماهر شفيق فريد
١٣٦- قلاحو الباشا	كينيث كرون	ت : سحر توفيق
١٣٧- مذكرات ضابط في الحملة الفرنسية	جوزيف ماري مواريه	ت : كاميليا صبحي
١٣٨- عالم التليفزيون بين الجمال والعنف	إيفلينا تارونى	ت : وجيه سمعان عبد المسيح
١٣٩- باريسفيل	ريشارد فاچنر	ت : مصطفى ماهر
١٤٠- حيث تلتقى الأنهار	هربرت ميسن	ت : أمل الجبوري
١٤١- اثنتا عشرة مسرحية يونانية	مجموعة من المؤلفين	ت : نعيم عطية
١٤٢- الإسكندرية : تاريخ ودليل	أ. م. فورستر	ت : حسن بيومي
١٤٣- قضايا التنظير في البحث الاجتماعى	ديريك لايدار	ت : عدلى السمري
١٤٤- صاحبة اللوكائدة	كارلو جولدوتى	ت : سلامة محمد سليمان

- ١٤٥- موت أرتيميو كروث
١٤٦- الورقة الحمراء
١٤٧- خطبة الإدارة الطويلة
١٤٨- القصة القصيرة (النظرية والتقنية)
١٤٩- النظرية الشعرية عند إليوت وأدونيس
١٥٠- التجربة الإغريقية
١٥١- هوية فرنسا مع ٢ ، ج ١
١٥٢- عدالة الهنود وقصص أخرى
١٥٣- غرام القزاعة
١٥٤- مدرسة فرانكفورت
١٥٥- الشعر الأمريكي المعاصر
١٥٦- المدارس الجمالية الكبرى
١٥٧- خسرو وشيرين
١٥٨- هوية فرنسا مع ٢ ، ج ٢
١٥٩- الإيديولوجية
١٦٠- آلة الطبيعة
١٦١- من المسرح الإسباني
١٦٢- تاريخ الكنيسة
١٦٣- موسوعة علم الاجتماع
١٦٤- شامبوليون (حياة من نور)
١٦٥- حكايات الثعلب
١٦٦- العلاقات بين التبتين والعلمانيين في إسرائيل
١٦٧- في عالم طاغور
١٦٨- دراسات في الأدب والثقافة
١٦٩- إبداعات أدبية
١٧٠- الطريق
١٧١- وضع حد
١٧٢- هجر الشمس
١٧٣- معنى الجمال
١٧٤- صناعة الثقافة السوداء
١٧٥- التليفزيون في الحياة اليومية
١٧٦- نحو مفهوم للاقتصاديات البيئية
١٧٧- أنطون تشيخوف
١٧٨- مختارات من الشعر اليوناني الحديث
١٧٩- حكايات أيسوب
١٨٠- قصة جاويد
١٨١- النقد الأدبي الأمريكي
- كارلوس فوينتس
ميجيل دي ليس
تاتكريد نورست
إنريكي أندرسون إمبرت
عاطف فضول
روبرت ج. ليمان
فرنان برودل
نخبة من الكتاب
فيولين فاتريك
فيل سليتر
نخبة من الشعراء
جى أنبال وآلان وأوديت فيرمو
النظامى الكتوجى
فرنان برودل
ديفيد هوكس
بول إيرليش
اليخاندرو كاسونا وأنطونيو جالا
يوجنا الأسوي
جوردين مارشال
جان لأكوتير
أ. ن أفانا سيفا
يشعيا هو ليفمان
رايتدرانات طاغور
مجموعة من المؤلفين
مجموعة من المبدعين
ميغيل دليبيس
فرانك بيجو
مختارات
ولتر ت. ستيمس
إيليس كاشمور
لورينزو فيلشس
توم تيتنبرج
هنرى تروايا
نخبة من الشعراء
أيسوب
إسماعيل قصيح
فنست ب. ليتش
- ت : أحمد حسان
ت : على عبدالرؤف اليمبي
ت : عبدالغفار مكاوى
ت : على إبراهيم على منوفى
ت : أسامة إسبر
ت : منيرة كروان
ت : بشير السباعي
ت : محمد محمد الخطابي
ت : فاطمة عبدالله محمود
ت : خليل كلفت
ت : أحمد مرسى
ت : مى التلساتى
ت : عبدالعزيز بقوش
ت : بشير السباعي
ت : إبراهيم قنقى
ت : حسين بيومى
ت : زيدان عبدالطيم زيدان
ت : صلاح عبدالعزيز محجوب
ت : بإشراف: محمد الجهرى
ت : نبيل سعد
ت : سهير المصادقة
ت : محمد محمود أبو غدير
ت : شكرى محمد عياد
ت : شكرى محمد عياد
ت : شكرى محمد عياد
ت : بسام ياسين رشيد
ت : هدى حسين
ت : محمد محمد الخطابي
ت : إمام عبد الفتاح إمام
ت : أحمد محمود
ت : وجيه سمعان عبد المسيح
ت : جلال البتا
ت : حصه إبراهيم الخنيف
ت : محمد حمدى إبراهيم
ت : إمام عبد الفتاح إمام
ت : سليم عبد الأمير حمدان
ت : محمد يحيى

- ١٨٢ - العنف والثبوة
١٨٣ - جان كوكتو على شاشة السينما
١٨٤ - القاهرة... حلة لا تنام
١٨٥ - أسفار العهد القديم
١٨٦ - معجم مصطلحات ميكل
١٨٧ - الأرضة
١٨٨ - موت الأدب
١٨٩ - العمى والبصيرة
١٩٠ - محاورات كونفوشيوس
١٩١ - الكلام وأعمال
١٩٢ - رحلة إبراهيم بك ج١
١٩٣ - عامل النجم
١٩٤ - مختارات من النقد الأنجلو-أمريكي
١٩٥ - شتاء ٨٤
١٩٦ - الملهة الأخيرة
١٩٧ - الفارق
١٩٨ - الاتصال الجماهيري
١٩٩ - تاريخ يهود مصر في الفترة العثمانية
٢٠٠ - ضحايا التنمية
٢٠١ - الجانب الديني للفلسفة
٢٠٢ - تاريخ النقد الأدبي الحديث ج٤
٢٠٣ - الشعر والشاعرية
٢٠٤ - تاريخ نقد العهد القديم
٢٠٥ - الجينات والشعوب واللغات
٢٠٦ - الهولوية تصنع علماء جديداً
٢٠٧ - ليل إفريقي
٢٠٨ - شخصية العرس في المسرح الإسرائيلي
٢٠٩ - السود والمسرح
٢١٠ - مثنويات حكيم سنائي
٢١١ - فردينان دوسوسير
٢١٢ - قصص الأمير مرزيان
٢١٣ - مصر منذ قديم نابلين حتى رحيل عبدالناصر
٢١٤ - قواعد جديدة للتمهيد في علم الاجتماع
٢١٥ - سياحت نامه إبراهيم بك ج٢
٢١٦ - جوانب أخرى من حياتهم
٢١٧ - مسرحيتان طليعتان
٢١٨ - راويلا
- و . ب . بيتس
رينيه جيلسون
هانز إيندورفر
توماس تومسن
ميخائيل إنوود
بُرُجْ علوى
الفين كرنان
بول دي مان
كونفوشيوس
الحاج أبو بكر إمام
زين العابدين المراغى
بيتر أبراهامز
مجموعة من النقاد
إسماعيل فصيح
فالتين راسبوتين
شمس الطماء شبلى النعماني
ادوين إمري وآخرون
يعقوب لاندواي
جيرمي سيبروك
جوهايا رويس
رينيه ويليك
أطاف حسين حالي
زالمان شازار
لويجي لوقا كافاللي - سفورزا
جيمس جلاليك
رامون خوتاسنديز
دان أوريان
مجموعة من المؤلفين
سنائي الغزنوي
جوناثان كلار
موزيان بن رستم بن شروين
ريمون فلوور
أفتوني جيندز
زين العابدين المراغى
مجموعة من المؤلفين
ص. بيكيت
خوليو كورتازان
- ت: ياسين طه حافظ
ت: فحشى العشرى
ت: دسوقي سعيد
ت: عيد الوهاب علوب
ت: إمام عبد الفتاح إمام
ت: محمد علاء الدين منصور
ت: بيدر الديب
ت: سعيد الغانمي
ت: محسن سيد فرجاني
ت: مصطفى حجازي السيد
ت: محمود سلامة علاوي
ت: محمد عبد الواحد محمد
ت: ماهر شفيق فريد
ت: محمد علاء الدين منصور
ت: أشرف الصباغ
ت: جلال السعيد الحقاوي
ت: إبراهيم سلامة إبراهيم
ت: جمال أحمد الرفاعي وأحمد عبد اللطيف حماد
ت: فخرى لبیب
ت: أحمد الأنصاري
ت: مجاهد عبد المنعم مجاهد
ت: جلال السعيد الحقاوي
ت: أحمد محمود هويدي
ت: أحمد مستجير
ت: علي يوسف علي
ت: محمد أبو العطا عبد الرؤوف
ت: محمد أحمد صالح
ت: أشرف الصباغ
ت: يوسف عبد الفتاح فرج
ت: محمود حمدي عبد الغنى
ت: يوسف عبد الفتاح فرج
ت: سيد أحمد على الناصري
ت: محمد محمود مصطفى الدين
ت: محمود سلامة علاوي
ت: أشرف الصباغ
ت: نادية البنهاوي
ت: علي إبراهيم علي منوفى

٢١٩ بقايا اليريم	كازو ايشجورو	ت: طلعت الشايب
٢٢٠ الهيولية في الكون	باري باركر	ت: علي يوسف علي
٢٢١ شعرية كفافى	جريجورى جوزدانيس	ت: رفعت سلام
٢٢٢ - فرائز كافكا	رونالد جراى	ت: نسيم مجلى
٢٢٣ - العلم في مجتمع حر	بول فيرايتر	ت: السيد محمد مفادى
٢٢٤ - دمار يوغسلافيا	برانكا ماجاس	ت: منى عبدالظاهر إبراهيم السيد
٢٢٥ - حكاية غريق	جابريل جارتيا ماركت	ت: السيد عبدالظاهر السيد
٢٢٦ - أرض المساء وقصائد أخرى	ديفيد هريت لورانس	ت: طاهر محمد علي البربري
٢٢٧ - المسرح الإسباني في القرن السابع عشر	موسى مارديا ديف بوركى	ت: السيد عبدالظاهر عبدالله
٢٢٨ - علم الجمالية وعلم اجتماع الفن	جانيت ولف	ت: ماري تيريز عبدالسيح وخالد حسن
٢٢٩ - مآزق البطل الوحيد	نورمان كيجان	ت: أمير إبراهيم العمرى
٢٣٠ - عن الذباب والغفوان والبشر	فرانسواز جاكوب	ت: مصطفى إبراهيم فهمي
٢٣١ - الدرافيل	خايمي سالوم بيدال	ت: جمال أحمد عبدالرحمن
٢٣٢ - ما بعد المعلومات	توم ستيفر	ت: مصطفى إبراهيم فهمي
٢٣٣ - فكرة الاضمحلال	أرثر هومان	ت: طلعت الشايب
٢٣٤ - الإسلام في السودان	ج. سينسر تريمنجهام	ت: فؤاد محمد عكود
٢٣٥ - ديوان شمس تبريزي ج ١	جلال الدين مولوى رومى	ت: إبراهيم النسيوى شتا
٢٣٦ - الولاية	ميشيل تود	ت: أحمد الطيب
٢٣٧ - مصر أرض الوادى	روبيرت فيرين	ت: عنايات حسين طلعت
٢٣٨ - العولة والتحرير	الانكتاد	ت: ياسر محمد جادالله وعربى مديولى أحمد
٢٣٩ - العربى في الأدب الإسرائيلى	جيانلافرو - رايوخ	ت: فادية سليمان حافظ وإيهاب صلاح فايق
٢٤٠ - الإسلام والغرب وإمكانية الحوار	كامى حلفظ	ت: صلاح عبدالعزيز محبوب
٢٤١ - في انتظار اليرابرة	ج . م كويتز	ت: ايتسام عبدالله سعيد
٢٤٢ - سبعة أنماط من القموض	وليام إميسون	ت: صبرى محمد حسن عبدالنبي
٢٤٣ - تاريخ إسبانيا الإسلامية ج١	ليفى بروفنسال	ت: علي عبدالرؤف اليمبي
٢٤٤ - الفلبان	لاورا إسكيبيل	ت: فادية جمال الدين محمد
٢٤٥ - نساء مقاتلات	إليزابيتا أديس	ت: توفيق علي منصور
٢٤٦ - مختارات قصصية	جابريل جارتيا ماركت	ت: علي إبراهيم علي منوفى
٢٤٧ - الثقافة الجماهيرية والحداثة في مصر	والتر إرميرست	ت: محمد طارق الشرفاوى
٢٤٨ - حقول عدن الخضراء	أنطونيو جالا	ت: عبداللطيف عبدالطيم عبدالله
٢٤٩ - لغة التمزق	دراجو شتامبيوك	ت: رفعت سلام
٢٥٠ - علم اجتماع العلوم	دومنيك فينيك	ت: ماجدة محسن أباطة
٢٥١ - موسوعة علم الاجتماع (ج٢)	جوردن مارشال	ت: بإشراف: محمد الجوهري
٢٥٢ - رائدات الحركة النسوية المصرية	مارجو يدران	ت: علي يدران
٢٥٣ - تاريخ مصر الفاطمية	ل. أ. سيمينوفا	ت: حسن بيومى
٢٥٤ - الفلسفة	ديف روينسون وجودى جروفز	ت: إمام عبد الفتاح إمام
٢٥٥ - أفلاطون	ديف روينسون وجودى جروفز	ت: إمام عبد الفتاح إمام

٢٥٦- ديكرات	ديف روبنسون ، كريس جرات	ت: إمام عبد الفتاح إمام
٢٥٧- تاريخ الفلسفة الحديثة	وليم كلي رايت	ت: محمود سيد أحمد
٢٥٨- الفجر	سير أنجوس فريزر	ت: عبادة كحيلة
٢٥٩- مخفارات من الشعر الأرضي عبر العصور	أقلام مختلفة	ت: فاروق جان كازانجيان
٢٦٠- موسوعة علم الاجتماع ج٢	جوردين مارشال	ت: باشراف: محمد الجوهري
٢٦١- رحلة في فكر زكي نجيب محمود	زكي نجيب محمود	ت: إمام عبد الفتاح إمام
٢٦٢- مدينة المعجزات	إدوارد مندوثا	ت: محمد أبو العطا عبد الرؤوف
٢٦٣- الكشف عن حافة الزمن	جون جرين	ت: علي يوسف علي
٢٦٤- إبداعات شعورية مترجمة	هوراس/ شلي	ت: لويس عوض
٢٦٥- روايات مترجمة	أوسكار وايلد وصموئيل جونسون	ت: لويس عوض
٢٦٦- مدير المدرسة	جلال آل أحمد	ت: عادل عبد المنعم سويلم
٢٦٧- فن الرواية	ديفيد لودج	ت: ماهر البطوطي
٢٦٨- ديوان شمس تيريزي ج٢	جلال الدين الرومي	ت: إبراهيم الدسوقي شتا
٢٦٩- وسط الجزيرة العربية وشرقها ج١	وليم چيفور بالجريف	ت: صبري محمد حسن
٢٧٠- وسط الجزيرة العربية وشرقها ج٢	وليم چيفور بالجريف	ت: صبري محمد حسن
٢٧١- الحضارة القبرية	توماس سي. باترسون	ت: شوقي جلال
٢٧٢- الأديرة الأثرية في مصر	س. س والترز	ت: إبراهيم سلامة
٢٧٣- الاستعمار والثورة في الشرق الأوسط	جوان آر. لوك	ت: عثمان الشهاوي
٢٧٤- السيدة باربارا	رومولو جلاجوس	ت: محمود مكي
٢٧٥- ت. س إليوت شاعرا وناقدا وكاتب مسرحيا	أقلام مختلفة	ت: ماهر شفيق فريد
٢٧٦- فنون السيماء	فرائك جوتيران	ت: عبد القادر التلمساني
٢٧٧- الجينات: الصراع من أجل الحياة	بريان فورد	ت: أحمد فوزي
٢٧٨- البدايات	إسحق عظيموف	ت: ظريف عبدالله
٢٧٩- الحرب الباردة الثقافية	ف.س. سوتندرز	ت: طلعت الشايب
٢٨٠- من الأدب الهندي الحديث والمعاصر	بريم شند وآخرون	ت: سمير عبد الحميد
٢٨١- الفردوس الأعلى	مولانا عبد الحلیم شرر الكهنوي	ت: جلال الحفناوي
٢٨٢- طبيعة العلم غير الطبيعية	لويس وليبرت	ت: سمير حنا صادق
٢٨٣- السهل يحترق	خوان رولفو	ت: علي الببسي
٢٨٤- هرقل مجنونًا	يوريبيدس	ت: أحمد عثمان
٢٨٥- رحلة الفواجة حسن نظامي	حسن نظامي	ت: سمير عبد الحميد
٢٨٦- رحلة إبراهيم بك ج٢	زين العابدين المراغي	ت: محمود سلامة علاوي
٢٨٧- الثقافة والعولمة والنظام العالمي	انثوني كنج	ت: محمد يحيى وآخرون
٢٨٨- الفن الروائي	ديفيد لودج	ت: ماهر البطوطي
٢٨٩- ديوان منجوهري الدامغاني	أبو نجم أحمد بن قرص	ت: محمد نور الدين عبد المنعم
٢٩٠- علم اللغة والترجمة	جودج مونا	ت: أحمد زكريا إبراهيم
٢٩١- المسرح الإسباني في القرن العشرين ج١	فرانشيسكو رويس رامون	ت: السيد عبد الظاهر
٢٩٢- المسرح الإسباني في القرن العشرين ج٢	فرانشيسكو رويس رامون	ت: السيد عبد الظاهر

٢٩٢- مقدمة للأدب العربي	روجر آلان	ت: نخبة من المترجمين
٢٩٤- فن الشعر	بوالو	ت: رجاء ياقوت صالح
٢٩٥- سلطان الأسطورة	جوزيف كامبل	ت: بدر الدين حب الله الديب
٢٩٦- مكبت	وليم شكسبير	ت: محمد مصطفى بدوي
٢٩٧- فن الفصح بين اليونانية والسريانية	ديونيسيوس ثراكس - يوسف الأهواني	ت: ماجدة محمد أنور
٢٩٨- منساة العبيد	أبو بكر ثقافا بليوه	ت: مصطفى حجازي السيد
٢٩٩- ثورة التكنولوجيا الحيوية	جين ل. ماركس	ت: هاشم أحمد فؤاد
٣٠٠- أسطورة برومئوس مج١	لويس عوض	ت: جمال الجزيري وبياء جاهين
٣٠١- أسطورة برومئوس مج٢	لويس عوض	ت: جمال الجزيري و محمد الجندي
٣٠٢- قنقشنتين	جون هيتون وجودي جروفز	ت: إمام عبد الفتاح إمام
٣٠٣- بوذا	جين هوب ويزرن فان لون	ت: إمام عبد الفتاح إمام
٣٠٤- ماركس	ريوس	ت: إمام عبد الفتاح إمام
٣٠٥- الجلد	كروزيو مالابارته	ت: صلاح عبد الصبور
٣٠٦- الحماسة - النقد الكانطي للتاريخ	جان - فرانسوا ليونار	ت: تيفيل سعد
٣٠٧- الشعور	ديفيد يابينو	ت: محمود محمد أحمد
٣٠٨- علم الوراثة	ستيف جونز	ت: ممنوح عبد المنعم أحمد
٣٠٩- الذهن والمخ	أنجوس جيلاتي	ت: جمال الجزيري
٣١٠- يونج	ناجي هيد	ت: محيي الدين محمد حسن
٣١١- مقال في المنهج الفلسفي	كولنجوود	ت: فاطمة إسماعيل
٣١٢- روح الشعب الأسود	وليم دي بويز	ت: أسعد حليم
٣١٣- أمثال فلسطينية	خاير بيان	ت: عبدالله الجعدي
٣١٤- الفن كعدم	جينس ميتك	ت: هويدا السباعي
٣١٥- جرامش في العالم العربي	ميشيل برونديفو	ت: كاميليا صبحي
٣١٦- محاكمة سقراط	أ.ف. ستون	ت: نسيم مجلي
٣١٧- بلا غد	شيو لايموفا- زنيكين	ت: أشرف الصباغ
٣١٨- الأدب الروسي في السنوات العشر الأخيرة	نخبة	ت: أشرف الصباغ
٣١٩- صور دريدا	جاينز ياسيبيفاك وكريستوفر نوريس	ت: حسام نايل
٣٢٠- لمعة السراج في حضرة التاج	محمد روشن	ت: محمد علاء الدين منصور
٣٢١- تاريخ إسبانيا الإسلامية ج٢	ليفي برو قنسال	ت: نخبة من المترجمين
٣٢٢- وجهات غربية حديثة في تاريخ الفن	دبليو يوجين كليتياور	ت: خالد مفلح حمزه
٣٢٣- فن الساتورا	تراث يوناني قديم	ت: هانم سليمان
٣٢٤- اللعب بالنار	أشرف أسدي	ت: محمود سلامة علاوي
٣٢٥- عالم الآثار	فيليب بوسان	ت: كرستين يوسف
٣٢٦- المعرفة والمصلحة	جورجين هابرماس	ت: حسن صقر
٣٢٧- مختارات شعرية مترجمة	نخبة	ت: توفيق علي منصور
٣٢٨- يوسف وزليخا	نور الدين عبد الرحمن بن أحمد	ت: عبد العزيز بقوش
٣٢٩- رسائل عيد الميلاد	تد هيرز	ت: محمد عيد إبراهيم
٣٣٠- كل شيء عن التمثيل الصامت	مارفن شبرد	ت: سامي صلاح

٢٣١- عندما جاء السوداني	ستيفن جري	ت: سامية دياب
٢٣٢- القصة القصيرة في إسبانيا	نخبة	ت: علي إبراهيم علي متوفي
٢٣٣- الإسلام في بريطانيا	تيل مطر	ت: بكر عباس
٢٣٤- لقطات من المستقبل	أرثر س كلارك	ت: مصطفى فهمي
٢٣٥- عصر الشك	ناتالي ساروت	ت: فتحى العشري
٢٣٦- متون الأهرام	نصوص قديمة	ت: حسن صابر
٢٣٧- فلسفة الولاء	جوزايا رويس	ت: أحمد الأنصاري
٢٣٨- قصص قصيرة من الهند	نخبة	ت: جلال السعيد الحفناوي
٢٣٩- تاريخ الأدب في إيران ج٢	علي أصغر حكمت	ت: محمد علاء الدين منصور
٢٤٠- اضطراب في الشرق الأوسط	بيوش بيربيروجلو	ت: فخرى لبيب
٢٤١- قصائد من رلكه	راينر ماريا رلكه	ت: حسن حلمي
٢٤٢- سلامان وأبسال	نور الدين عبد الرحمن بن أحمد	ت: عبد العزيز بقوش
٢٤٣- العالم البرجوازي الزائل	نادين جورديمر	ت: سمير عبد ربه
٢٤٤- الموت في الشمس	بيتر بلانجوه	ت: سمير عبد ربه
٢٤٥- الركض خلف الزمن	بوره ندائي	ت: يوسف عبد الفتاح فرج
٢٤٦- سحر مصر	رشاد رشدي	ت: جمال الجزيري
٢٤٧- الصبية الطائشون	جان كوكتو	ت: بكر الطو
٢٤٨- المتصوفة الأولون في الأدب التركي ج١	محمد فؤاد كوبريلي	ت: عبدالله أحمد إبراهيم
٢٤٩- دليل القارئ إلى الثقافة الجادة	أرثر والدرون وآخرون	ت: أحمد عمر شاهين
٢٥٠- بانوراما الحياة السياحية	أقلام مختلفة	ت: عطية شحاتة
٢٥١- ميادئ المنطق	جوزايا رويس	ت: أحمد الانصاري
٢٥٢- قصائد من كفافيس	قسطنطين كفافيس	ت: نعيم عطية
٢٥٣- الفن الإسلامي في الأندلس (الزخرفة الهندسية)	باسيليو يابون مالدوناند	ت: علي إبراهيم علي متوفي
٢٥٤- الفن الإسلامي في الأندلس (الزخرفة النباتية)	باسيليو يابون مالدوناند	ت: علي إبراهيم علي متوفي
٢٥٥- الثيارات السياسية في إيران	حجت مرتضى	ت: محمود سلامة علوي
٢٥٦- الميراث المر	بول سالم	ت: بدر الرقاعي
٢٥٧- متون هيرميس	نصوص قديمة	ت: عمر الفاروق عمر
٢٥٨- أمثال الهوسا العامة	نخبة	ت: مصطفى حجازي السيد
٢٥٩- محاورات بارمنيدس	أفلاطون	ت: حبيب الشاروني
٢٦٠- فنثروبولوجيا اللغة	أندويه جاكوب ونويلا باركان	ت: ليلى الشربيني
٢٦١- التصحر: التهديد والمجابهة	ألان جرينجر	ت: عاطف معتمد وأمال شاوير
٢٦٢- تلميذ بابنيروج	هاينرش شبورال	ت: سيد أحمد فتح الله
٢٦٣- حركات التحرر الأفريقي	ريتشارد جيسمون	ت: صبري محمد حسن
٢٦٤- حادثة شكسبير	إسماعيل سراج الدين	ت: نجلاء أبو عجاج
٢٦٥- سام باريس	شارل بودلير	ت: محمد أحمد حمد
٢٦٦- نساء يركضن مع الذئاب	كلاريسا ينكولا	ت: مصطفى محمود محمد
٢٦٧- القلم الجريء	نخبة	ت: البراق عبدالهادي رضا
٢٦٨- المصطلح السردى	جيرالد برنس	ت: عابد خزندار

ت: فوزية العشماوى	فوزية العشماوى	٢٦٩- المواة فى أدب نجيب محفوظ
ت: فاطمة عبدالله محمود	كليرلا لويت	٢٧٠- الفن والحياة فى مصر الفرعونية
ت: عبدالله أحمد إبراهيم	محمد فؤاد كوبريلى	٢٧١- المتصوفة الأولون فى الأدب التركى ج٢
ت: وحيد السعيد عبدالحميد	وانغ مينغ	٢٧٢- عاش الشباب
ت: على إبراهيم على منوفى	أميرتو إيكو	٢٧٣- كيف تعد رسالة دكتوراه
ت: حمادة إبراهيم	أندريه شديد	٢٧٤- اليوم السادس
ت: خالد أبو اليزيد	ميلان كونديرا	٢٧٥- الخلود
ت: إدوار الخراط	نخبة	٢٧٦- الغضب وأحلام السنين
ت: محمد علاء الدين منصور	على أصغر حكمت	٢٧٧- تاريخ الأدب فى إيران ج٤
ت: يوسف عبدالفتاح فرج	محمد إقبال	٢٧٨- المسافر
ت: جمال عبدالرحمن	سنيل ياث	٢٧٩- ملك فى الحديقة
ت: شيرين عبدالسلام	جوتس جراس	٢٨٠- حديث عن الخسارة
ت: رافيا إبراهيم يوسف	ر.ل. تراسك	٢٨١- أساسيات اللغة
ت: أحمد محمد تادى	بهاء الدين محمد إسفنديار	٢٨٢- تاريخ طبرستان
ت: سمير عبدالحميد إبراهيم	محمد إقبال	٢٨٣- هدية الحجاز
ت: إيزابيل كمال	سوزان إنجيل	٢٨٤- القصص التى يحكيها الأطفال
ت: يوسف عبدالفتاح فرج	محمد على بهزادراد	٢٨٥- مشترى العشق
ت: ربهام حسين إبراهيم	جانيت تود	٢٨٦- دفاعاً عن التاريخ الأدبى النسوى
ت: بهاء چاهين	جون دن	٢٨٧- أغنيات وسوناتات
ت: محمد علاء الدين منصور	سعدى الشيرازى	٢٨٨- مواعظ سعدى الشيرازى
ت: سمير عبدالحميد إبراهيم	نخبة	٢٨٩- من الأدب الباكستانى المعاصر
ت: عثمان مصطفى عثمان	نخبة	٢٩٠- الأرشيفات والمدن الكبرى
ت: منى الدروبي	مايف بينشى	٢٩١- الخافقة اللينكية
ت: عبداللطيف عبدالعليم	نخبة	٢٩٢- مقامات ورسائل أندلسية
ت: نخبة	ندوة لويس ماسينيون	٢٩٣- فى قلب الشرق
ت: هاشم أحمد محمد	بول ديفيز	٢٩٤- القوى الأساسية الأربع فى الكون
ت: سليم حمدان	إسماعيل فصيح	٢٩٥- أيام سياوش
ت: محمود سلامة علاوى	تقى نجارى راد	٢٩٦- السافاك
ت: إمام عبدالفتاح إمام	لورانس جين	٢٩٧- نيتشه
ت: إمام عبدالفتاح إمام	فيليب تودى	٢٩٨- سارتر
ت: إمام عبدالفتاح إمام	ديفيد ميروفتس	٢٩٩- كامى
ت: باهر الجهمرى	مثنائيل إنده	٤٠٠- مومو
ت: ممدوح عبد النعم	زيادون ساردر	٤٠١- الرياضيات

التنفيذ والطباعة، Stampa

١١ ميدان سفتكس - المهندسين

تليفون: 3448824 - 3034408